TD 27 – STATIQUE DES FLUIDES

POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

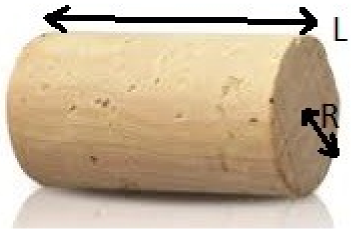
1. Iceberg

Un iceberg, masse de glace d'eau douce de volume *V*, flotte en équilibre sur l'océan. On note *v* le volume émergé de l'iceberg.

Calculer en pourcentage le rapport $\frac{v}{V}$.

Données : Masse volumique de l'océan $\rho_0 = 1\,020\ \text{kg/m}^3$, masse volumique de la glace $\rho_g = 920\ \text{kg/m}^3$, masse volumique de l'air ρ_a à calculer avec $P_0 = 1\,013\ \text{hPa}$ et $T = -5\,°\text{C}$.

2. Flottaison d'un bouchon de liège



On considère un bouchon de liège de forme cylindrique flottant horizontalement à la surface de l'eau.

Sa longueur est *L* et son rayon *R*.

On note $\rho_0 = 1000\ \text{kg/m}^3$ la masse volumique de l'eau et ρ celle du liège.

Tous les frottements sont négligés.

a) À l'équilibre, la moitié du bouchon est émergée.

Déterminer ρ.

On s'intéresse aux <u>petites</u> oscillations du bouchon, qui reste horizontal.

Pour ce faire, sur une vue où l'on voit la section circulaire de face, on repère la position du centre de gravité G du bouchon par son altitude *z* par rapport au niveau de l'eau.

On a donc $z \ll R$.

b) Schématiser la situation, avec $z > 0$. Justifier que la surface émergée <u>en plus</u> de celle émergée à la question a), est presque rectangulaire ;

donner son expression en fonction de *z* est des constantes.

c) En déduire l'équation différentielle vérifiée par *z* en fonction de *g*, intensité de la pesanteur et du rayon *R*.

d) Calculer la période propre des oscillations en prenant des valeurs réalistes.

e) <u>Question subsidiaire</u> : calculer la surface immergée sans faire l'approximation $z \ll R$.

3. Boissons

On considère un verre plein à ras bord d'une boisson et d'un glaçon d'eau pure en équilibre.

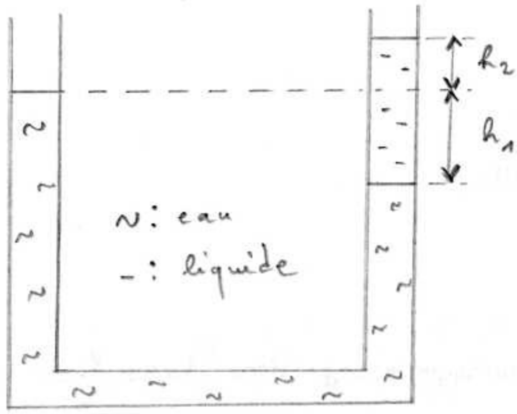
Une fois le glaçon fondu, le verre déborde-t-il ou non si la boisson est de l'eau pure ? Un jus de fruit (plus dense que l'eau) ? Un cocktail alcoolisé (moins dense que l'eau) ?

4. Densimètre

(a) Rappeler la définition de la densité *d* d'un liquide

(b) Montrer que le dispositif suivant permet de mesurer la densité *d* d'un liquide inconnu, non miscible avec l'eau.
Mesures : $h_1 = 57{,}5\,\text{mm}$, $h_2 = 5{,}0\,\text{mm}$

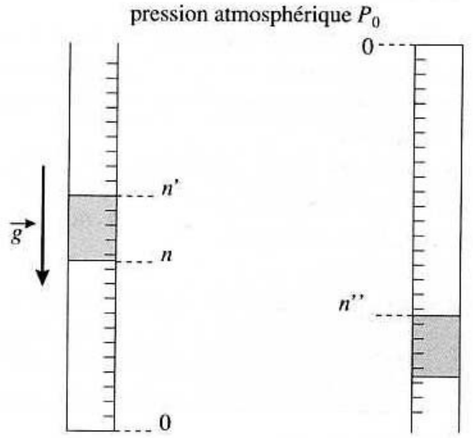
(c) Peut-on appliquer cette méthode avec un liquide plus dense que l'eau ? expliquer.



5.

1 Mesure de la pression atmosphérique

Un tube cylindique de faible section en verre, fermé à l'une de ses extrémités est ouvert à l'autre bout. Il porte une graduation millimétrique. Le zéro de cette graduation correspond à l'extrémité fermée.
Le tube étant vertical et l'ouverture en haut, un index de mercure isole une certaine quantité d'air à 0°C. On note *n* et *n'* les divisions correspondant aux extrémités de l'index de mercure.



On retourne le tube ; on attend l'équilibre thermique. On lit la position *n''* de l'extrémité supérieure de l'index de mercure.

A.N. : $n = 500$ mm, $n' = 600$ mm et $n'' = 650$ mm.
La masse volumique de mercure est :
$\rho = 13{,}6 . 10^3\ \text{kg} . \text{m}^{-3}$.

La question est dans le titre… on peut utiliser soit l'équilibre de l'onglet de mercure, en introduisant les forces de pression, soit utiliser l'invariant dans le mercure, le résultat sera le même…

6. Ascension d'un ballon à hydrogène

Un ballon sonde gonflé au dihydrogène, de volume constant V_0, soulève une nacelle et des instruments de mesure destinés à l'expérimentation scientifique. La masse de l'enveloppe du ballon est négligeable.

On considère que l'atmosphère est isotherme, de composition chimique constante, et que l'hydrogène du ballon est toujours à l'équilibre thermique avec l'air. L'intensité de la pesanteur est supposée constante.

Au décollage, l'air est à la pression atmosphérique P_0 et l'hydrogène est à la pression P'_0.

(a) Obtenir les lois d'évolution $P_{\text{air}}(z)$ et $\rho_{\text{air}}(z)$.

(b) Exprimer la résultante des forces qui s'exercent sur le ballon à une altitude z quelconque.

(c) Déterminer la masse maximale que le ballon pourrait soulever du sol.

(d) Déterminer la masse maximale que le ballon pourrait élever à l'altitude z. Conclure.

7. Atmosphère non isotherme

❑ Exercice 20.2. Modèles d'atmosphère

L'air de la troposphère (partie de l'atmosphère dans laquelle nous vivons) est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M. On suppose le champ de pesanteur uniforme. Au niveau du sol ($z = 0$), la pression est P_0 et la température T_0.

1. On suppose que la température de l'atmosphère est uniforme. À partir de la relation fondamentale de la statique des fluides, établir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude z. On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène.

2. On suppose maintenant que la température de l'air décroît linéairement avec l'altitude z selon la loi $T(z) = T_0 - \lambda z$ (avec $\lambda > 0$).

a) Montrer que la pression à l'altitude z est de la forme $P(z) = P_0\left(1 - \dfrac{\lambda}{T_0} z\right)^{\frac{T_0}{\lambda H}}$.

b) Calculer, dans ce modèle, la pression au sommet de l'Everest (8850 m).

3. Pour $z \ll H$, montrer que les résultats obtenus à l'aide des deux modèles précédents conduisent à une même fonction affine $P(z)$ donnant la pression en fonction de l'altitude.

On donne : $M = 29\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $P_0 = 1{,}0\ \text{bar}$, $T_0 = 310\ \text{K}$ et $\lambda = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{K} \cdot \text{m}^{-1}$.