

On donne la dérivée de la fonction Arcsin : $\frac{d}{dx}[\text{Arcsin } x] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

□ Exercice 1.14. Arc-en-ciel**

Lorsque le Soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère réceptionnant un faisceau de rayons parallèles entre eux.

On recherche les conditions pour que la lumière émergente, issue d'une goutte d'eau, se présente sous forme d'un faisceau de lumière parallèle (c'est à cette condition que l'intensité lumineuse sera maximale, donc observable pour l'œil). Pour cela on fait intervenir l'angle de déviation D de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon émergent et le rayon incident. Cet angle de déviation D est une fonction de l'angle d'incidence i . On admettra que la condition de parallélisme des rayons émergents se traduit mathématiquement par $\frac{dD}{di} = 0$.

1. Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction d'un rayon lumineux passant de l'air (milieu d'indice unité) vers un milieu d'indice n . Exprimer la dérivée $\frac{dr}{di}$ exclusivement en fonction de

l'indice n et du sinus de l'angle d'incidence.

2. Une goutte d'eau quelconque, représentée par une sphère de centre O et de rayon R , est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre 0° et 90° . Son indice, pour une radiation donnée, sera noté n tandis que celui de l'air sera pris égal à l'unité.

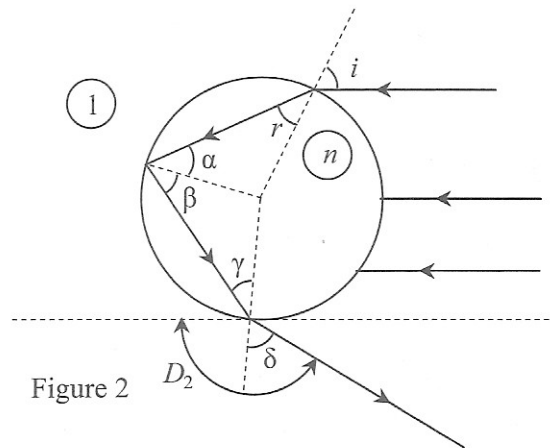
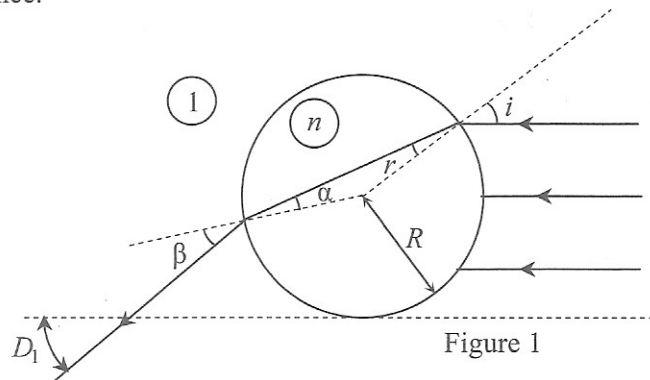
Répondre aux questions a, b, c ci-après pour chacun des trois cas suivants :

- lumière directement transmise (figure 1) ;
- lumière transmise après une réflexion partielle à l'intérieur de la goutte (figure 2) ;
- lumière transmise après deux réflexions à l'intérieur de la goutte (figure 3).

a) Exprimer en fonction de l'angle d'incidence i ou de l'angle de réfraction r , tous les angles marqués de lettres grecques.

b) En déduire l'angle de déviation D propre à chaque cas, en fonction de i et de r .

c) Rechercher ensuite, si elle existe, une condition d'émergence d'un faisceau parallèle, exprimée par une relation entre le sinus de l'angle d'incidence et l'indice n de l'eau.



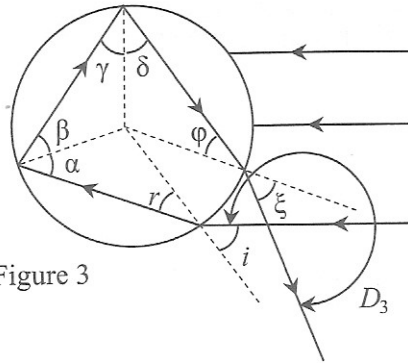


Figure 3

3. Le Soleil étant supposé très bas sur l'horizon, normal au dos d'un observateur, montrer que celui-ci ne pourra observer la lumière transmise que si la goutte d'eau se trouve sur deux cônes d'axes confondus avec la direction solaire et de demi-angles au sommet θ_2 et θ_3 . Exprimer ces deux angles en fonction de D_2 et D_3 .
4. Les angles θ_2 et θ_3 dépendant de l'indice n de l'eau, on observe un phénomène d'irisation dû au fait que cet indice évolue en fonction de la longueur d'onde. Calculer ces angles pour le rouge et le violet, sachant que pour le rouge l'indice vaut 1,3317 tandis que pour le violet il est égal à 1,3448.
5. En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective des rouges et des violets.