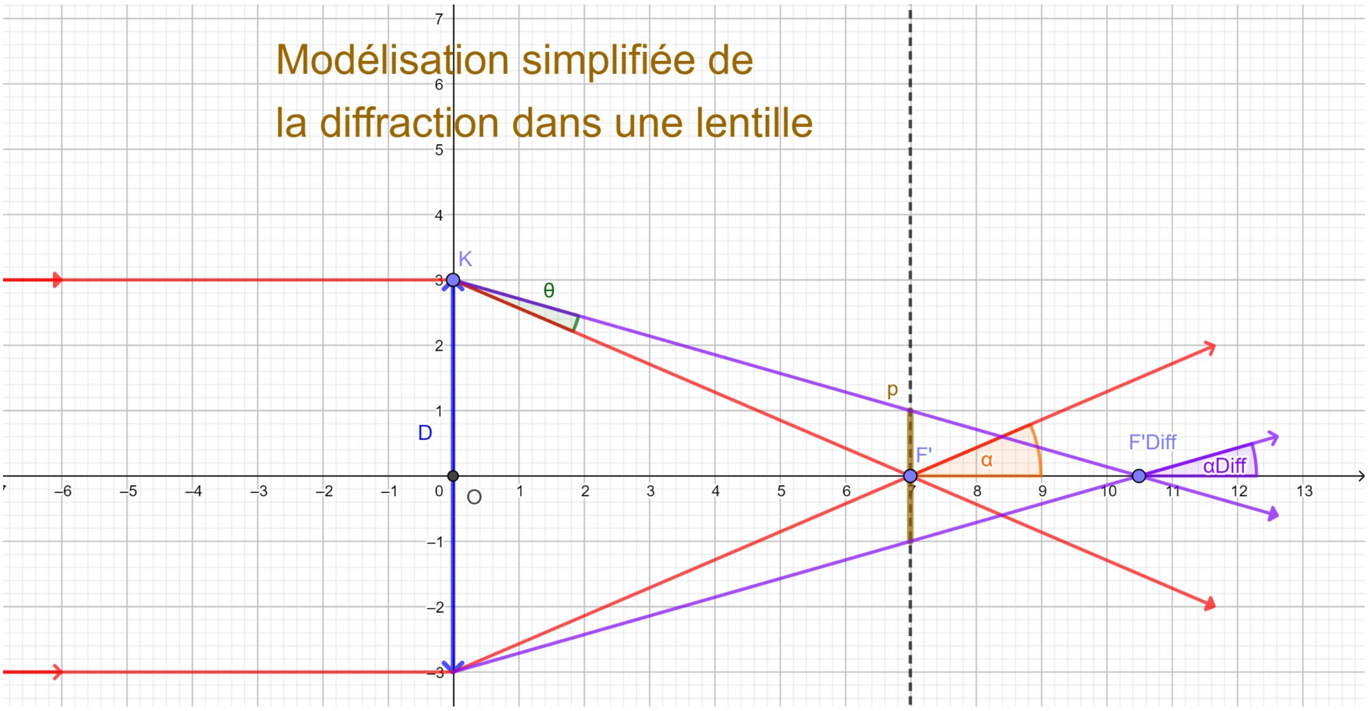
Correction DM 3

Modélisation simple des effets de la diffraction en optique géométrique



- En introduisant l'ouverture numérique définie par $D=\frac{f'}{N}$, on obtient $\theta=\frac{1{,}22\,\lambda N}{f'}$.
- Pour obtenir la dimension *maximale* du pixel, il faut donc raisonner sur la couleur violette du bord du spectre visible $\lambda=400\,\text{nm}$: c'est aux petites longueurs d'onde que la diffraction sera *la moins* marquée, et l'image doit être « parfaite », même à cette longueur d'onde.
- Peut-on utiliser l'approximation des petits angles ?
  L'angle θ est évidemment petit (présence de λ au numérateur très inférieure à f' au dénominateur, avec N modérée) mais pas nécessairement l'angle des rayons en général : les angles seront les plus grands lorsque le système est très ouvert, donc pour les *faibles* valeurs de l'ouverture numérique N.

  En valeur absolue, nous avons (cf schéma) : $\tan\alpha=\frac{D/2}{f'}=\frac{1}{2N}$, donc

  $\tan\alpha_{\text{MAX}}=\frac{1}{2\times 1{,}4}=0{,}357$ puis $\alpha_{\text{MAX}}=\text{Arctan}(0{,}357)=0{,}343\,\text{rad}$ donc une erreur relative de $\varepsilon=\frac{0{,}357-0{,}343}{0{,}357}=4\,\%$: c'est acceptable pour déterminer une dimension maximale de pixel, en diminuant un peu le résultat calculé par sécurité.

  On utilise donc l'expression $\alpha=\frac{1}{2N}$, $\forall N$.

- Pour déterminer p dimension limite du pixel, égale au diamètre de la section du faisceau (voir cours), on se ramène au théorème de Thalès ; pour cela, il faut obtenir auparavant OF'_{Diff} (voir schéma).
  - On a $\tan\alpha_{\text{Diff}}=\frac{D/2}{OF'_{\text{Diff}}}$ donc $OF'_{\text{Diff}}=\frac{D}{2\alpha_{\text{Diff}}}$

- Dans le triangle $OF'K$, on a $\widehat{OKF'}=\frac{\pi}{2}-\alpha$, donc dans le triangle $OF'_{\text{Diff}}K$, on trouve $\widehat{OKF'_{\text{Diff}}}=\frac{\pi}{2}-\alpha+\theta$, puis $\alpha_{\text{Diff}}=\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{2}-\alpha+\theta\right)=\alpha-\theta$.
- On en déduit finalement $OF'_{\text{Diff}}=\frac{D}{2(\alpha-\theta)}=\frac{f'}{2N(\alpha-\theta)}$

- Le théorème de Thalès donne $\frac{p/2}{D/2}=\frac{F'F'_{\text{Diff}}}{OF'_{\text{Diff}}}$ soit $p=D\left(1-\frac{f'}{OF'_{\text{Diff}}}\right)$.
- Remplaçons : $p=\frac{f'}{N}(1-2N(\alpha-\theta))=\frac{f'}{N}\left[1-2N\left(\frac{1}{2N}\right)+2N\frac{1{,}22\lambda N}{f'}\right]$, ce qui donne $\boxed{p=2{,}44\lambda N}$
- On trouve donc (aux petits angles) une fonction linéaire, strictement croissante, de l'ouverture numérique : plus le système est *fermé*, plus les effets de la diffraction sont importants.
Cela peut sembler évident, car le phénomène de diffraction est d'autant plus marqué que l'ouverture est de petite dimension, mais ce n'est pas si simple : pour les ouvertures importantes, les angles α et α_{Diff} sont grands, ce qui tend à augmenter la dimension de la tache de diffraction *p* (cet effet apparaît dès que le détecteur n'est pas exactement sur l'image F').
- On remarque également que cette valeur ne dépend que de l'ouverture numérique, et pas de la valeur de la focale de l'objectif.
- Nous devons prendre la valeur la plus *petite* possible pour l'application numérique, de telle sorte que *toutes* les images soient parfaites, quelle que soit l'ouverture, et quelle que soit la couleur : $\lambda=400\,\text{nm}$ et $N=1{,}4$ qui donne $p=1{,}366\,\mu\text{m}$: on peut donc choisir $p=1{,}3\,\mu\text{m}$.

  C'est une valeur vraiment petite, donc très contraignante :
  - dans le cadre d'une exploitation scientifique où l'on refuse des pertes de données qui seraient dues à la qualité de l'optique, il faudra bien s'y plier ;
  - mais il est probable que dans le cadre d'un usage commercial, l'ingénieur devra discuter avec le marketing qui ne se laissera pas faire…

- Si l'objet visé à l'infini n'est pas sur l'axe optique, le rayon passant par O fait alors un angle β avec l'AO, angle que l'on peut encore supposer petit.
- On peut se convaincre que cela conduit (aux petits angles) à une rotation d'angle β de tous les rayons émergents du schéma précédent, alors que le détecteur reste perpendiculaire à l'AO.
- La nouvelle dimension de la tache image est donc $p'=\frac{p}{\cos\beta}$; comme β est petit, $\cos\beta\approx1$, et le résultat est presque identique.
- De toute façon, la dimension du pixel doit s'adapter à la plus petite tache obtenue : c'est bien le calcul pour un objet à l'infini sur l'axe qui doit être pris comme référence.