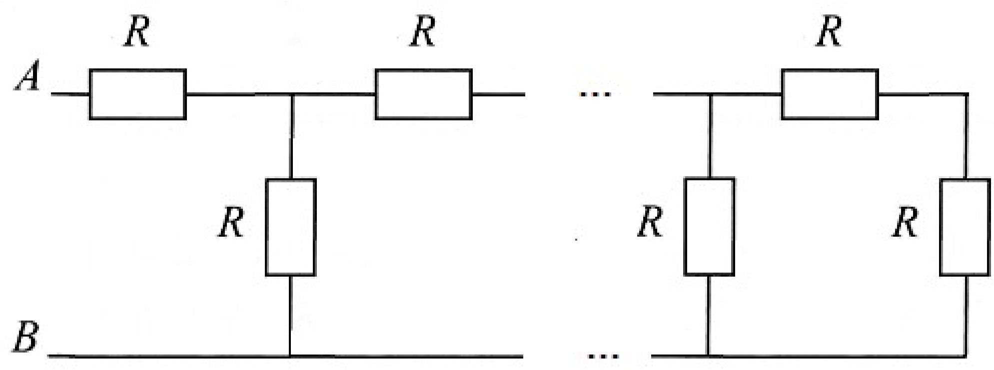
PHYSIQUE CORRECTION DM 5

Problème « en or »

1. Peu importe où se situent les résistances $R/2$, et même si elles ne sont pas vraiment en série car séparées par le reste de l'échelle, on peut tout de même les fusionner.

   En effet en notant R_k la résistance totale du reste de l'échelle, à droite, on obtient en série $R/2$, R_k , $R/2$, qui est électriquement équivalent à la série R, R_k .



2. On a alors, en partant du début, R en série avec le reste, reste qui est la dérivation de R avec la même chose que le dipôle AB.

   On peut donc écrire, en factorisant R : $\dfrac{R_{éq}}{R}=1+\dfrac{1}{\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{1+...}}=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+...}}$, sous forme de fraction continue.

   Sans les fractions continues, on peut traduire l'affirmation ci-dessus (fin de phrase) par $R_{éq}=R+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R_{éq}}}$ qui donne $\dfrac{R_{éq}}{R}=\dfrac{R}{R_{éq}}+1$ après simplification naturelle.

3. On lit de la fraction continue précédente $R_{éq}/R=1+\dfrac{1}{R_{éq}/R}$.

   En multipliant cette équation par $R_{éq}/R$, on voit que ce nombre est solution de l'équation $x^2=x+1$ soit $x^2-x-1=0$.

   $\Delta=1+4=5>0$ d'où les racines $x_1=\dfrac{1}{2}(1-\sqrt{5})$ et $x_2=\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{5})$.

   Seule la deuxième est positive : on a finalement $\boxed{R_{éq}=\varphi\, R}$, où $\varphi=x_2=\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{5})$, appelé nombre d'or.