TD 7 – RÉGIME SINUSOÏDAL FORCÉ

1. Loi des nœuds

À l'aide de 3 ampèremètres, placés sur chacun des fils d'un nœud, on mesure les **amplitudes** des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ (entrants) et $i_3(t)$ (sortant), notées I_1, I_2, I_3.

a) On mesure $I_1 = 3\,\mathrm{A}$, $I_2 = 4\,\mathrm{A}$ et $I_3 = 5\,\mathrm{A}$.

Avec une construction utilisant des cercles (Geogebra ou compas éventuellement), construire les vecteurs de Fresnel à partir de $\vec{I}_1$, et en déduire les valeurs possibles des déphasages $\varphi_{2/1}$ et $\varphi_{3/1}$ (ce dernier avec un calcul exact, et non pas avec un rapporteur).

b) Généraliser pour des amplitudes quelconques : prouver que $\cos\varphi_{2/1} = \dfrac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2 I_1 I_2}$.

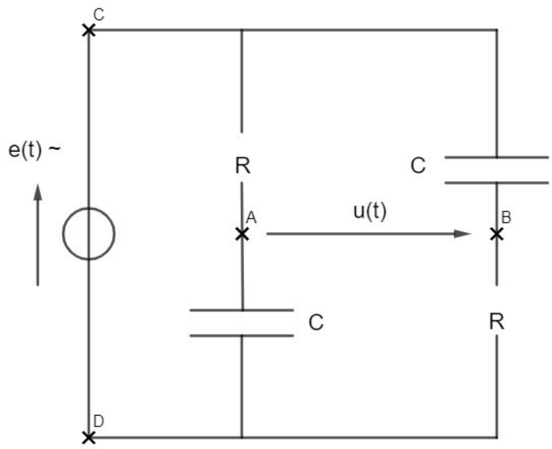
Aide : à l'aide de la construction, trouver la relation entre les sinus de $\varphi_{2/1}$ et $\varphi_{3/1}$, et celle reliant leur cosinus, avec les diverses amplitudes.

2. Circuit RL (théorie)

Reprendre l'étude du cours du circuit E,RC sur le circuit E,RL.

3. Double circuit RC

On considère le circuit suivant, où $u(t)$ est la différence de potentiel entre les points A et B (non reliés entre eux).



a) En remplaçant les condensateurs par leurs dipôles équivalents, trouver $u(t)$ en fonction de $e(t) = E\cos\omega t$, en TBF et en THF.

b) Justifier pourquoi l'intensité est la même dans chaque branche et pourquoi les tensions aux bornes des résistances sont les mêmes, notées $u_R(t)$, ainsi que celles aux bornes des condensateurs, notées $u_C(t)$.

On note φ la phase de $u_R(t)$ (donc le déphasage avec $e(t)$). Faire un diagramme de Fresnel.

c) Obtenir l'amplitude complexe $\underline{U}_R$ à l'aide d'un diviseur de tension, et simplifier l'expression en introduisant la constante de temps $\tau = RC$. En déduire φ en fonction de ω et τ.

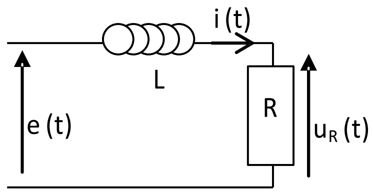
d) Trouver la maille qui permet d'obtenir $u(t) = 2u_R(t) - e(t)$.

e) Construire le vecteur de Fresnel $\vec{U}$. Quelle est la figure géométrique dessinée ? Qu'en déduit-on sur l'amplitude U ? Par lecture graphique, trouver une relation similaire reliant $u(t)$, $u_C(t)$ et $e(t)$, et trouver la maille correspondante.

f) Quelle est la phase de $u(t)$? son domaine de variation en fonction de ω ? Justifier que ce circuit est appelé « déphaseur pur ».

4. Circuit RL (oscilloscope)

Soit le montage représenté ci-contre, composé d'un générateur de tension sinusoïdale $e(t)=E\cos(\omega t)$.

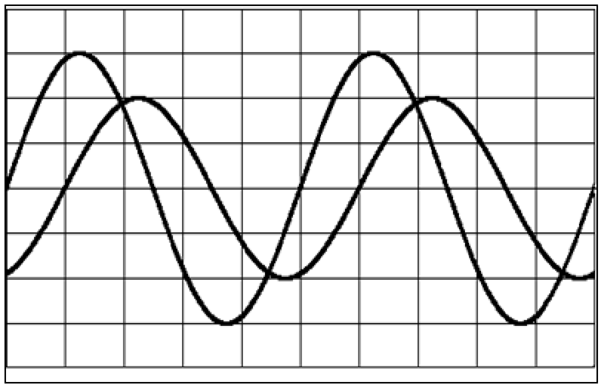


(a) Déterminer l'impédance de la branche *RL*

(b) En déduire l'amplitude complexe $\underline{I}$ du courant $i(t)$

(c) On écrit $i(t)$ sous la forme $i(t)=I_0\cos(\omega t-\varphi)$: donner les expressions de I_0 et de φ

(d) Étude expérimentale :
Le graphe ci-contre est un écran d'oscilloscope représentant 2 tensions acquises en TP : $u_R(t)$ et $e(t)$. La voie 1 est en avance sur la voie 2.

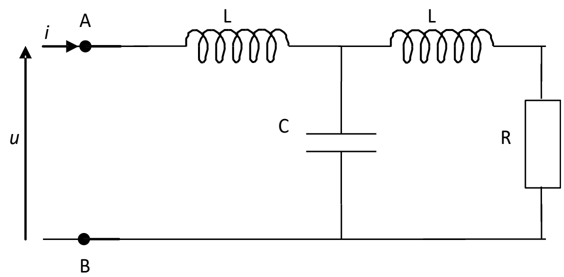


Réglages : voie 1 : 1V/div ; voie 2 : 0,5 V/div ; 1ms/div

- Déterminer la pulsation ω de ces signaux.
- Laquelle des deux tensions est celle observée en voie 1 ?
- Calculer le déphasage de $e(t)$ par rapport à $i(t)$.
- En déduire la valeur de L (Donnée : $R=100\,\Omega$). Vérifier sur les amplitudes.

5. Impédance équivalente

On considère ce circuit, fonctionnant en régime sinusoïdal.



On donne $u(t)=U\cos(\omega t)$

(a) Sans calcul, trouver les limites de l'impédance $\underline{Z}$ du circuit en TBF et en THF.

(b) La calculer en fonction de ω.

(c) Pour quelle valeur non nulle de ω a-t-on $\underline{Z}=R$?

(d) Donner alors l'inégalité que doivent vérifier L, C et R.

6. Association de dipôles de même nature

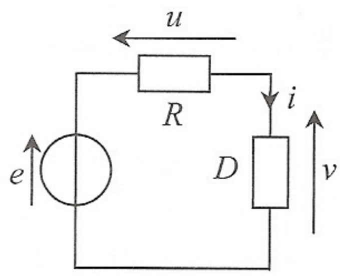
En utilisant les impédances complexes, obtenir à quels dipôles sont équivalents

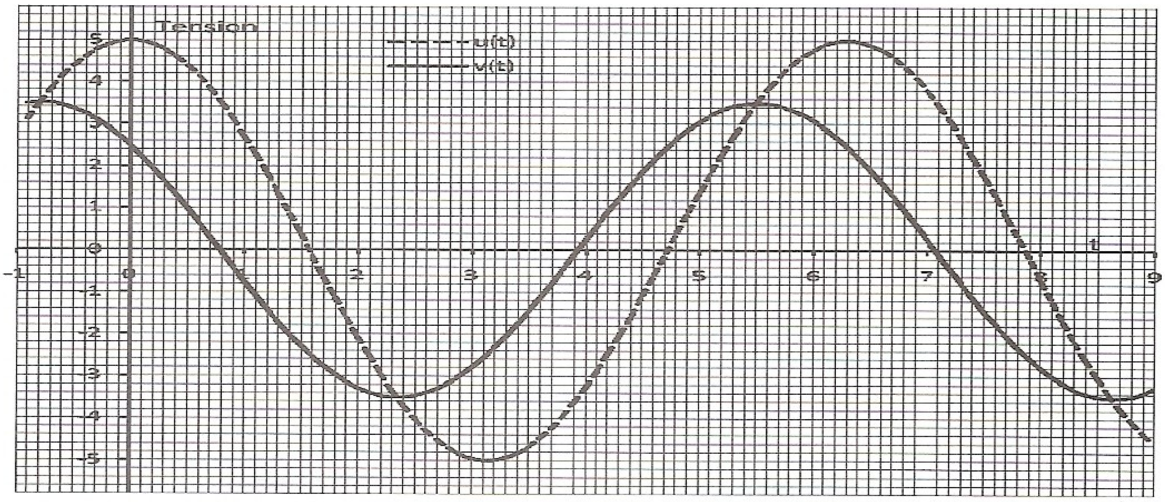
- de bobines réelles en série, de bobines idéales en dérivation ;

- les associations de condensateurs en série, de condensateurs en dérivation.

7. Quel dipôle ?

Dans le montage suivant, le GBF délivre une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω, R est une résistance et D un dipôle inconnu. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ les tensions aux bornes respectivement de R et D.
On visualise à l'oscilloscope $v(t)$, $u(t)$ et on obtient le graphe suivant.





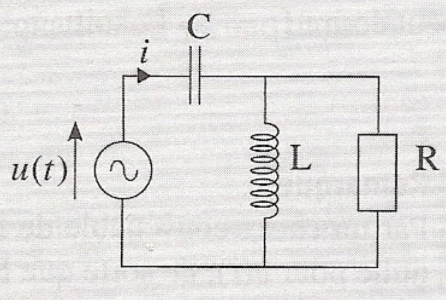
L'unité de l'axe des temps est 10^{-2} s et celle de l'axe des tensions est 1 V. On utilise ces résultats graphiques pour déterminer les caractéristiques de D, sachant que $R = 100\ \Omega$.

1. Déterminer V_m, U_m ainsi que la pulsation ω des signaux utilisés.
2. La tension v est-elle en avance ou en retard sur la tension u ? En déduire le signe de φ. Déterminer la valeur de φ à partir du graphe.
3. On note $\underline{Z} = X + jY$ l'impédance du dipôle D.

a) Déterminer à partir des résultats précédents les valeurs de X et Y.
b) Par quel dipôle (condensateur, bobine...) peut-on modéliser D ? Donner ses caractéristiques.

8. Circuit en régime sinusoïdal forcé

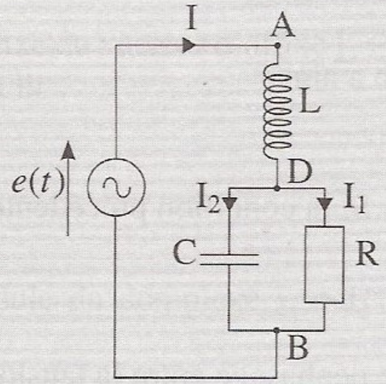
On considère le circuit de la figure ci-contre. On pose $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$.



1. Quelles conditions doivent vérifier L, C et ω pour que I_m soit indépendant de R ?
2. Cette condition étant remplie, exprimer I_m et φ en fonction de U_m, C, ω et R.
3. À quelle condition supplémentaire liant R, C et ω, φ est-il nul ?

9. Association RLC

Le dipôle AB représenté sur le schéma de la figure est alimenté par une source de tension parfaite de force électromotrice instantanée $e(t) = E_0 \sin(\omega t)$.



1. Exprimer L en fonction de R, C et ω pour que le dipôle AB soit équivalent à une résistance pure R_{eq}.

2. Calculer L sachant que $R = 100\ \Omega$, $C = 100/3\ \mu F$ et $\omega = 400$ rad.s^{-1}.

3. L'amplitude de la force électromotrice du générateur vaut $E_0 = 180$ V. Calculer l'amplitude de l'intensité du courant I dans la bobine.

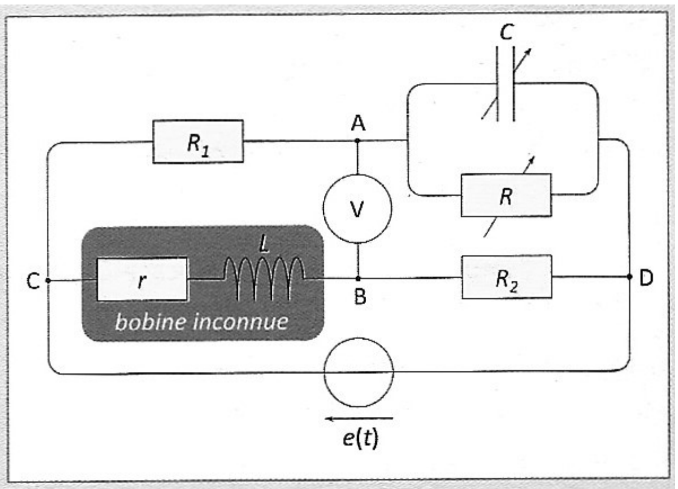
4. Calculer les amplitudes des différences de potentiel U_{AD} et U_{DB}.

5. Calculer les amplitudes des intensités des courants I_1 et I_2 circulant respectivement dans la résistance et dans le condensateur.

ENAC 2004

10. Détermination des caractéristiques d'une bobine inconnue

Pour déterminer les caractéristiques d'une bobine réelle, modélisée par l'association en série d'une inductance idéale *L* et d'une résistance *r*, on place celle-ci dans une structure en pont alimentée par une tension sinusoïdale.



1. Exprimer la tension complexe u_{AB} qui s'applique aux bornes du voltmètre.

2. La capacité *C* du condensateur et la résistance *R* sont ajustables. On choisit leurs valeurs de manière à annuler la tension lue par le voltmètre. Déterminer l'expression de l'inductance *L* et de la résistance *r* en fonction de *R*, *C*, R_1 et R_2.