DÉFIBRILLATION

Il s'agit de la décharge d'un condensateur *C* dans le patient, assimilé à une résistance *R*, qu'on peut prendre égale à $R=75\,\Omega$

La décharge dure une dizaine de millisecondes : prenons-la égale à la constante de temps du circuit $\tau=RC=10^{-2}\,\mathrm{s}$.

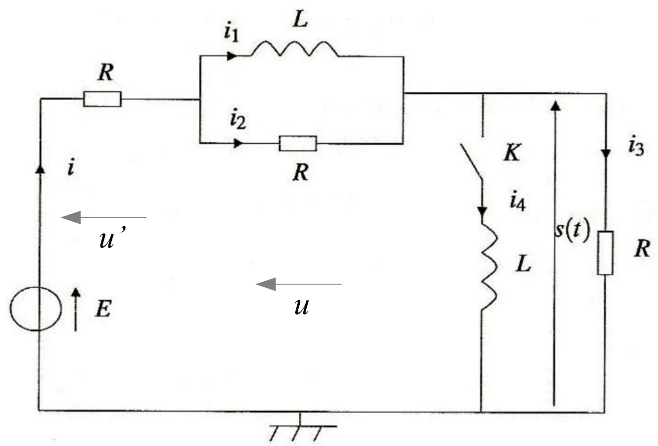
On en déduit $C=1{,}33\cdot10^{-4}\,\mathrm{F}=133\,\mu\mathrm{F}$

On délivre pendant ce temps une énergie au patient égale à $E=150\,\mathrm{J}$: elle est fournie au patient par le condensateur, donc $E=E_C(0)-E_C(\tau)$, où $E_C=\frac{1}{2}C u_C^2$ est l'énergie qu'il stocke à chaque date.

Il faut donc obtenir l'expression de la tension en fonction du temps : on trouve $u_C(t)=U_0\exp(-t/\tau)$ (démarche complète à faire !), donc $u_C(\tau)=U_0\exp(-1)=\frac{1}{e}U_0$

En remplaçant : $E=\frac{1}{2}CU_0^2\left(1-\frac{1}{e^2}\right)$, d'où l'on tire en inversant la formule $U_0=1{,}6\,\mathrm{kV}$

RL ORDRE 2



1. Déterminer les valeurs des intensités i_4, i_1, i, i_2 et i_3 à l'instant $t=0^+$.

Continuités : courants dans les bobines, avec K ouvert depuis longtemps.

Donc $i_4(0^-)=0$, continu en 0 : $\boxed{i_4(0^+)=0}$; par ailleurs, avant fermeture, on est en RP, L est équivalent à un fil : la tension *u* aux bornes de *R*//*L* est donc nulle et $i_2(0^-)=\frac{u}{R}=0$.

On a donc $i(0^-)=i_1(0^-)=i_3(0^-)$. La loi des mailles en 0^- est $E=u'+u+s=Ri+0+Ri$: les courants valaient donc $\frac{E}{2R}$.

Seul i_1 est continu : $\boxed{i_1(0^+)=\frac{E}{2R}}$.

Comme, en 0^+ , $i_4=0$, on a $i_3=i$, et la loi des mailles donne maintenant, puisque $i_2=i-\frac{E}{2R}$

$E=Ri+R\left(i-\frac{E}{2R}\right)+Ri \Leftrightarrow \frac{3E}{2}=3Ri$: $\boxed{i(0^+)=i_3(0^+)=\frac{E}{2R}}$, et on trouve que $\boxed{i_2(0^+)=0}$, fortuitement continu (ainsi que *u*).

2. Déterminer les valeurs de la tension s et des intensités i_2, i, i_1, i_3 et i_4 lorsque t tend vers l'infini.

Les bobines sont équivalentes à des fils : $\boxed{s_\infty=0}$ et $u_\infty=0$: on en déduit avec les lois d'Ohm que $\boxed{i_{3\infty}=0}$ et $\boxed{i_{2\infty}=0}$.

La loi des mailles donne $E=Ri+0+0$, donc $\boxed{i_\infty=i_{1\infty}=i_{4\infty}=\dfrac{E}{R}}$.

3. Déterminer les relations entre s et i_3 puis entre s et i_4.

Loi des dipôles : $\boxed{s=Ri_3}$ et $\boxed{s=L\dfrac{di_4}{dt}}$

4. Établir la relation entre R, L, s, $\dfrac{ds}{dt}$ et $\dfrac{di}{dt}$.

E n'intervient pas donc pas de loi des mailles... Les dérivées de i et de s suggèrent une loi des nœuds dérivée, en relation avec la question précédente :

$i=i_3+i_4 \Leftrightarrow \dfrac{di}{dt}=\dfrac{di_3}{dt}+\dfrac{di_4}{dt}$: $\boxed{\dfrac{di}{dt}=\dfrac{1}{R}\dfrac{ds}{dt}+\dfrac{1}{L}s}$

5. Même question pour R, L, i_2, $\dfrac{di_2}{dt}$ et $\dfrac{di}{dt}$.

On tente l'autre loi des nœuds et ça marche : $\dfrac{di}{dt}=\dfrac{di_1}{dt}+\dfrac{di_2}{dt}$ avec $u=Ri_2=L\dfrac{di_1}{dt}$ donc

$\dfrac{di}{dt}=\dfrac{R}{L}i_2+\dfrac{di_2}{dt}$

6. Déterminer la relation entre $\dfrac{dE}{dt}$, R, L, s, i_2 et $\dfrac{ds}{dt}$.

Forcément la loi des mailles dérivée : $\dfrac{dE}{dt}=\dfrac{du'}{dt}+\dfrac{du}{dt}+\dfrac{ds}{dt}$ avec $u'=Ri$, $u=Ri_2$ donc :

$\dfrac{dE}{dt}=R\dfrac{di}{dt}+R\dfrac{di_2}{dt}+\dfrac{ds}{dt}$.

$\dfrac{di}{dt}=\dfrac{1}{R}\dfrac{ds}{dt}+\dfrac{1}{L}s$ ne pose pas de problème, mais on veut i_2 dans l'expression finale et non pas $\dfrac{di_2}{dt}$, ce dernier valant (Q5) : $\dfrac{di_2}{dt}=\dfrac{di}{dt}-\dfrac{R}{L}i_2$.

Donc $\dfrac{dE}{dt}=\left(\dfrac{ds}{dt}+\dfrac{R}{L}s\right)+R\left(\dfrac{1}{R}\dfrac{ds}{dt}+\dfrac{1}{L}s-\dfrac{R}{L}i_2\right)+\dfrac{ds}{dt}$: $\dfrac{dE}{dt}=3\dfrac{ds}{dt}+2\dfrac{R}{L}s-\dfrac{R^2}{L}i_2$

7. Établir la relation entre R, L, s, $\frac{ds}{dt}$, $\frac{d^2s}{dt^2}$, $\frac{dE}{dt}$ et $\frac{d^2E}{dt^2}$.

Ne pas oublier l'objectif : la dernière variable à éliminer est i_2, qui, lorsqu'on veut l'exprimer en fonction de s seulement, est liée par l'équadiff $\frac{R}{L}i_2+\frac{di_2}{dt}=\frac{di}{dt}=\frac{1}{R}\frac{ds}{dt}+\frac{1}{L}s$

D'après la Q6, on a $\frac{R^2}{L}i_2=3\frac{ds}{dt}+2\frac{R}{L}s-\frac{dE}{dt}$ donc $\frac{R^2}{L}\frac{di_2}{dt}=3\frac{d^2s}{dt^2}+2\frac{R}{L}\frac{ds}{dt}-\frac{d^2E}{dt^2}$.

Donc, dans l'équation précédente : $\left(\frac{3}{R}\frac{ds}{dt}+\frac{2}{L}s-\frac{1}{R}\frac{dE}{dt}\right)+\frac{L}{R^2}\left(3\frac{d^2s}{dt^2}+2\frac{R}{L}\frac{ds}{dt}-\frac{d^2E}{dt^2}\right)=\frac{1}{R}\frac{ds}{dt}+\frac{1}{L}s$

qu'on va multiplier par $\frac{R^2}{L}$ pour avoir un coefficient 1 devant $\frac{d^2E}{dt^2}$:

$$\boxed{3\frac{d^2s}{dt^2}+4\frac{R}{L}\frac{ds}{dt}+\frac{R^2}{L^2}s=\frac{d^2E}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dE}{dt}}$$

(Aide d'analyse dimensionnelle : L/R a la dimension d'un temps, on l'obtient avec le circuit simple E,L,R série)

8. En déduire l'équation différentielle vérifiée par s sachant que le générateur de tension est idéal de tension à vide E.

E étant une constante, ses dérivées sont nulles : $\boxed{3\frac{d^2s}{dt^2}+4\frac{R}{L}\frac{ds}{dt}+\frac{R^2}{L^2}s=0}$