À lire avec soin avant de commencer :

Les résultats doivent toujours être exprimés sous forme littérale avant d'en donner une application numérique (si elle est demandée) : aucun calcul semi-numérique n'est admis.
On demande d'encadrer les résultats littéraux et de souligner les résultats numériques pour les mettre en évidence.
La manipulation des unités dans les applications numériques est imposée.

De manière générale, il sera tenu compte dans la notation des qualités de présentation et de rédaction de la copie.
Toutes les affirmations doivent notamment être justifiées avec précision. Les escrocs seront sévèrement punis.

I – Alimentation d'une locomotive électrique (5 pts)

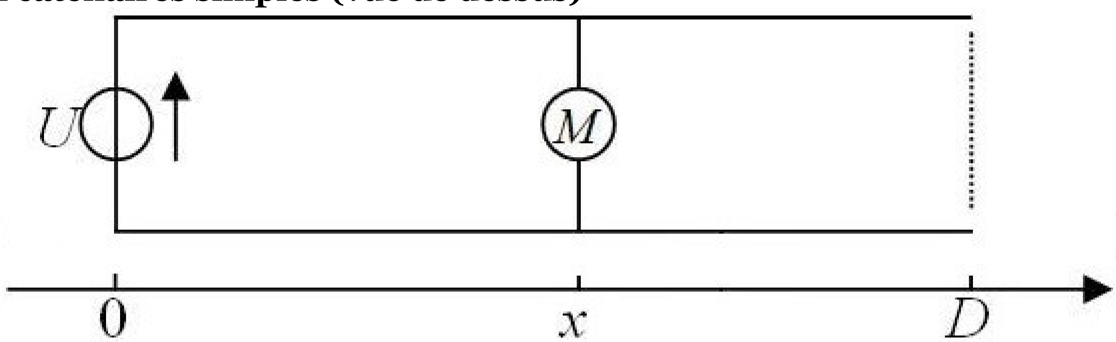
On considère une ligne SNCF électrifiée en continu par une source de tension $U = 1500\,\text{V}$. L'alimentation de la locomotive M se fait par l'intermédiaire de caténaires de résistance linéique $\rho = 2{,}5.10^{-5}\,\Omega.\text{m}^{-1}$.

Il s'agit de la résistance du câble par unité de longueur, la résistance d'un câble est donc proportionnelle à sa longueur : une longueur L quelconque de caténaire a une résistance électrique égale à ρL.

Les caténaires sont alimentées par des sous-stations réparties le long de la ligne SNCF, divisant la ligne en sections de longueur D électriquement indépendantes.

On note x l'abscisse du train. La locomotive est électriquement équivalente à un conducteur ohmique de résistance $R_0 = 4{,}5\,\Omega$.

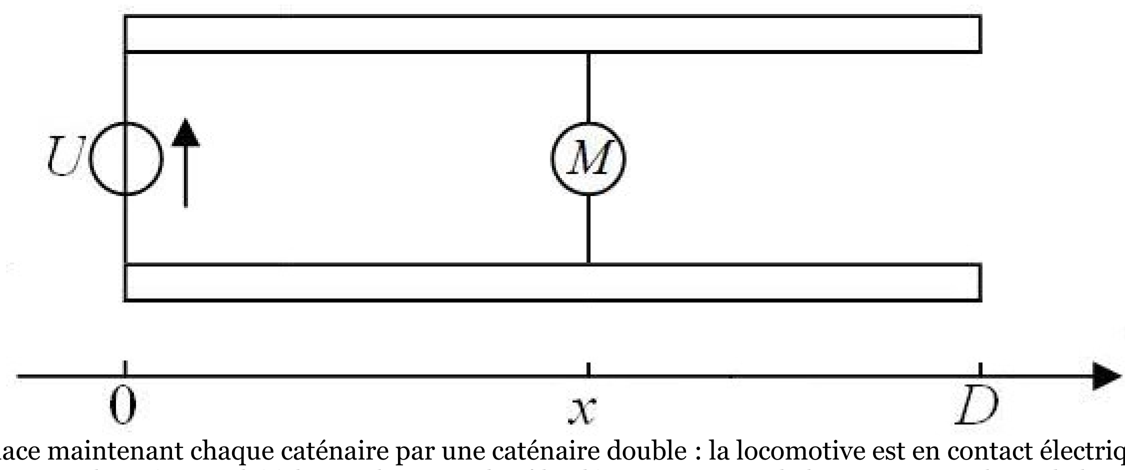
A/ Deux caténaires simples (vue de dessus)



Le circuit est ouvert après M : aucun courant ne circule dans les caténaires au-delà du train.

1. Déterminer littéralement l'expression de l'intensité I traversant la locomotive en fonction de x et des constantes.
2. Quelles sont les expressions littérales I_{max} et I_{min} des valeurs respectivement maximale et minimale de I ?
3. Calculer la longueur maximale de la section pour que la baisse d'intensité sur le trajet ne dépasse pas 10%.

B/ Deux caténaires doubles



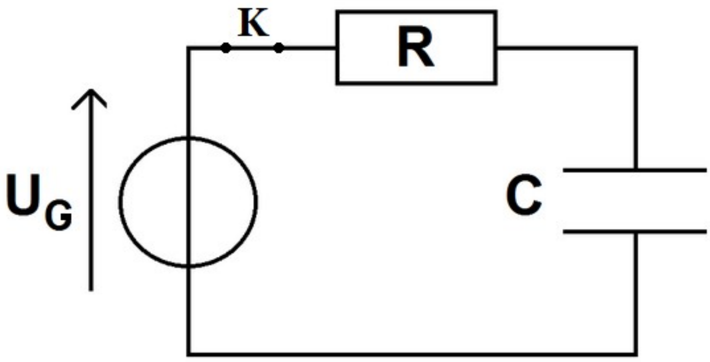
On remplace maintenant chaque caténaire par une caténaire double : la locomotive est en contact électrique avec l'un des brins, ce brin étant relié à l'autre brin par des fils idéaux au niveau de la station et au bout de la section.

1. Schématiser sans simplification le circuit électrique correspondant, constitué de la source U, de fils idéaux et de résistances dont on donnera les valeurs en fonction de x et des constantes.
2. Obtenir l'expression littérale de la résistance équivalente totale $R_{éq}$ vue par la source.
3. Justifier que l'intensité débitée par la source est maximale lorsque $R_{éq}$ est minimale.
4. Étudier la fonction $R_{éq}(x)$.
5. Reprendre la question A/3. dans ce cas et conclure.

II – Synthèse d'un signal périodique (11 pts)

Le but du problème est de voir comment il est possible de fabriquer une tension périodique, en dents de scie (voir ci-après partie B), en utilisant le comportement en régime transitoire d'un circuit RC série, à partir de deux sources de tensions constantes opposées $+E$ et $-E$.

A/ Généralités sur le circuit RC série



K est un interrupteur, et la tension U_G est une tension constante.

1. Reproduire sur la copie le schéma du circuit donné en introduction ci-dessus, et l'orienter en accord avec les conventions de l'électricité pour introduire toutes les grandeurs électriques du circuit.

   Obtenir par la méthode des dipôles équivalents les limites de ces grandeurs en régime permanent (interrupteur K fermé).
2. Obtenir l'équation vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur.

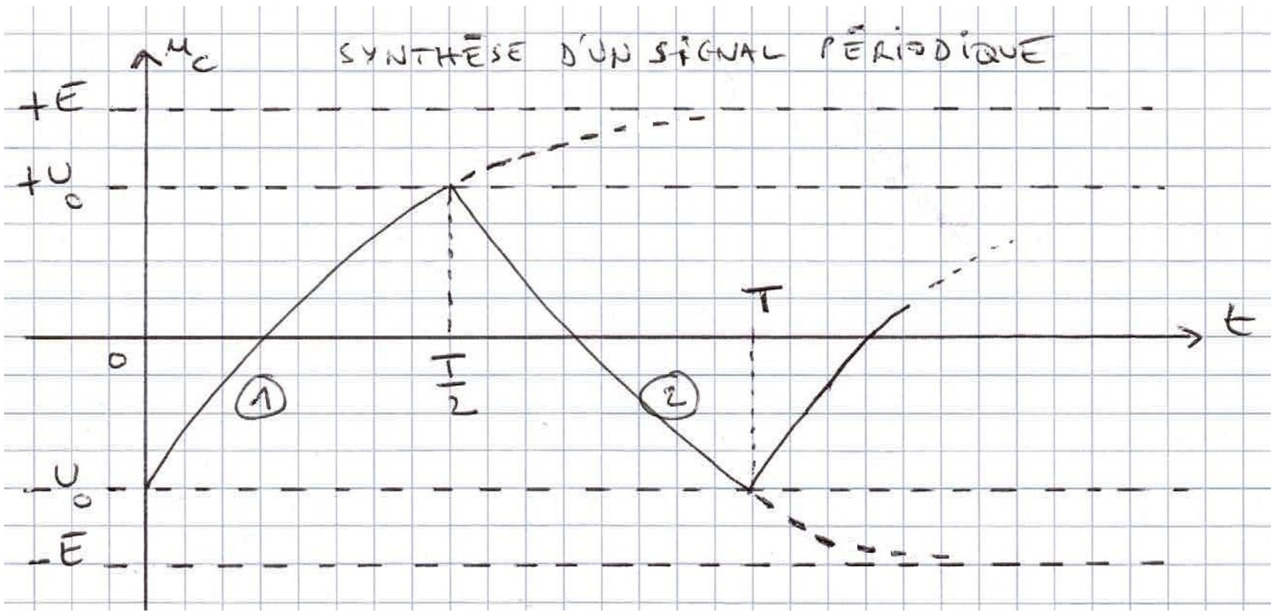
   La mettre sous forme canonique : déduire de l'équation l'expression de la constante de temps τ du circuit.
3. Résoudre cette équation sachant qu'avant la fermeture de l'interrupteur à la date nulle le condensateur est déchargé.

   Une grande rigueur est attendue ici sur la rédaction.

   Tracer l'allure de $u_C(t)$, avant et après $t=0$.

B/ Propriétés du signal périodique

On souhaite obtenir le signal ci-dessous :



Pour cela, on commande la tension d'alimentation U_G du circuit RC série avec la **règle de commutation** suivante :

→ Lorsque u_C croît et atteint la valeur $+U_0$, U_G prend instantanément la valeur $-E$ et conserve cette valeur ;

→ Lorsque u_C décroît et atteint la valeur $-U_0$, U_G passe instantanément, et reste, à la valeur $+E$; etc.

où E et U_0 sont des constantes positives telles que $U_0 < E$.

Sauf mention contraire, on ne s'intéresse qu'à la phase (1) dans toutes les questions de la partie B.

4. On peut écrire la solution générale d'ordre 1, donc la tension aux bornes du condensateur u_C pendant la phase (1), sous la forme $u_C(t) = A\,e^{-t/\tau} + B$, où A et B sont de signe quelconque.

   Déduire par lecture graphique de la courbe donnée de la phase (1), à partir de sa valeur initiale et de sa limite, les valeurs de A et B en fonction de E et U_0.

   En réinitialisant la date t à 0 au début de la phase (2), justifier que la tension u_C est sur cette phase l'exact opposé du résultat précédent, obtenu à la phase (1).

5. Grâce à la propriété de la tangente aux solutions d'ordre 1, qu'on ne démontrera pas, faire apparaître par construction graphique sur la courbe de la phase (1), la date τ sur l'axe des temps.

   On travaillera sur **<u>l'annexe à rendre avec la copie</u>**.

6. Obtenir, en fonction de τ, E et U_0, la date $t_1 = \frac{T}{2}$ à laquelle u_C atteint la valeur $+U_0$, puis la période T du signal en dents de scie obtenu.

7. Obtenir l'expression de l'intensité $i(t)$ dans le circuit en fonction du temps t, de E, U_0, R et τ, ainsi que ses valeurs aux dates $t = 0$ et $t_1 = \frac{T}{2}$ en fonction de E, U_0 et R seulement.

   Les expressions devront être simplifiées au mieux dans les questions 6 et 7.

   Tracer la courbe de $i(t)$ sur la copie, sur les phases (1) et (2).

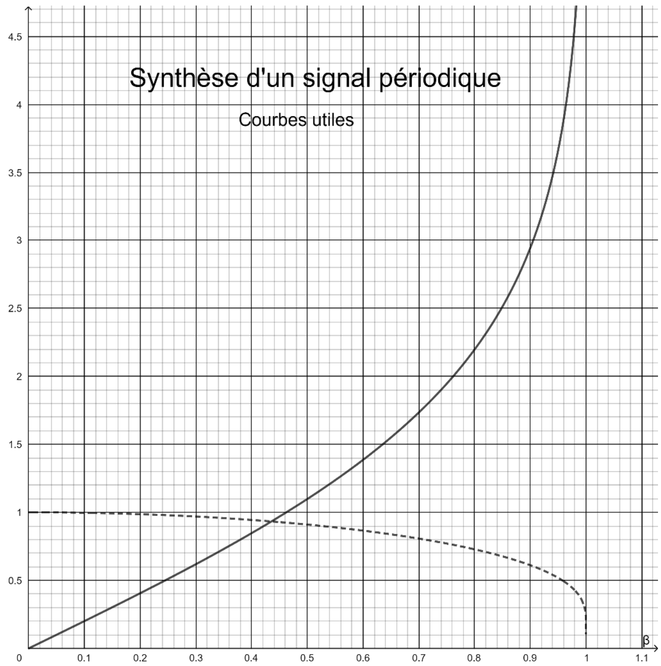
8. Rappeler l'expression générale de l'énergie stockée dans un condensateur.

   Comparer ses valeurs aux dates 0 et $\frac{T}{2}$.

   Sur quelles parties des phases (1) et (2) le condensateur a-t-il un fonctionnement générateur ? un fonctionnement récepteur ? justifier avec soin en définissant ces notions.

9. Montrer par la méthode de votre choix que l'énergie dissipée par effet Joule sur la phase (1) est $E_J = 2CEU_0$.

10. On pose $U_0 = \beta E$ avec $0 < \beta < 1$, et on donne les tracés des courbes des fonctions *f* et *g* définies par $f(\beta) = \ln\frac{1+\beta}{1-\beta}$ et $g(\beta) = \frac{2\beta}{f(\beta)} = \frac{2\beta}{\ln\frac{1+\beta}{1-\beta}}$.



   Identifier les courbes (en tirets ou en trait plein) de *f* et de *g* d'après les limites des fonctions aux bords du domaine. <u>Remarque</u> : une seule limite suffit pour l'argumentation, il est inutile de faire une étude complète.

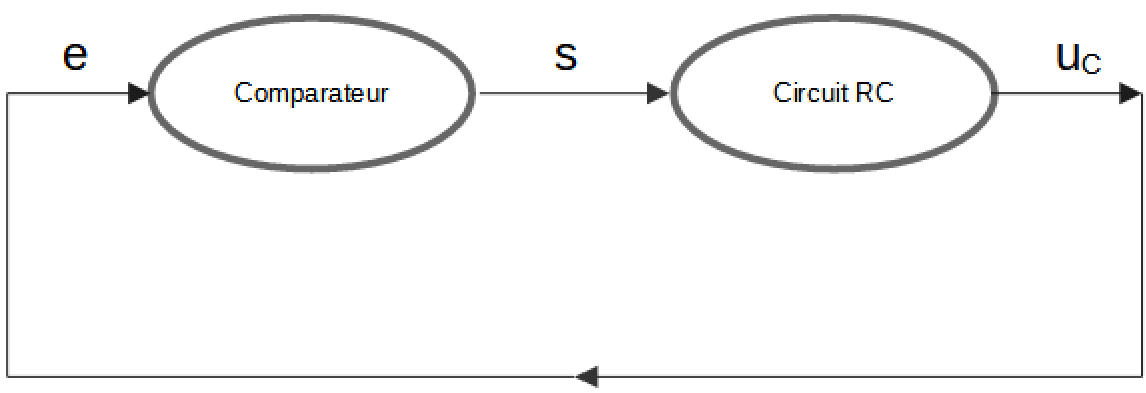
   On souhaite obtenir un signal périodique tel que sa période *T* soit égale à 2τ : obtenir par lecture graphique la valeur de β qu'il faut choisir.

   Obtenir alors la valeur numérique de la constante *k* telle que $\langle P_G \rangle = k\frac{E^2}{R}$, où $\langle P_G \rangle$ est la puissance moyenne fournie par le générateur définie comme le rapport de l'énergie fournie par le générateur pendant les phases (1) et (2) sur la période *T* du signal.

C/ Commutation de la tension d'alimentation

Le circuit électrique permettant d'implémenter cette bascule en tension, décrite dans l'introduction de la partie B, s'appelle un comparateur à hystérésis. On ne s'intéresse pas ici à la constitution du comparateur (composants électriques qui le composent) mais à sa caractéristique (fonctionnement).

Il s'intègre au circuit RC série précédemment étudié selon le schéma suivant, où l'on noté *e* la tension d'entrée du comparateur et *s* sa tension de sortie – on remarquera que *s* ne peut prendre que 2 valeurs distinctes.



11. Compléter en accord avec la **règle de commutation** décrite partie B la caractéristique du comparateur sur <u>**l'annexe à rendre avec la copie**</u> : on tracera en justifiant un ou plusieurs segments de droite fléchés et légendés par les numéros d'étape (1) et (2), et on indiquera les dates aux points particuliers du tracé.

III – D'après Concours A.T.S 2024 (4 pts)

Piscine

Introduction

Ce sujet étudie différents aspects physiques qui concernent une piscine. Il est constitué de quatre parties indépendantes. Les différentes sous-parties sont souvent également indépendantes.

Document 1 : photographie du bassin étudié.

Source images et données de la partie I : www.tbsass.fr/a240136

Le bassin étudié est situé sur l'île de la Réunion, dans la commune de Saint-Paul.

Capteur de niveau d'eau

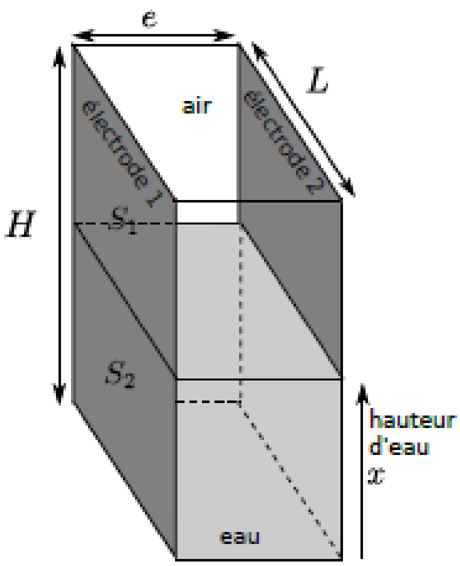
Le principe du capteur est schématisé ci-contre. Dans un milieu de permittivité diélectrique relative ε_r, l'expression de la capacité d'un condensateur plan s'écrit :

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e}. \qquad (4)$$

On a $\varepsilon_r = 1$ pour l'air et $\varepsilon_r = 80$ pour l'eau.

ε_0 est une constante fondamentale de la physique appelée permittivité électrique du vide

Le capteur est équivalent à deux condensateurs C_1 et C_2 placés en parallèle, l'un situé dans l'air (surface des électrodes S_1 dans l'air) et l'autre dans l'eau (surface des électrodes S_2 dans l'eau). Les capacités de ces deux condensateurs placés en parallèle s'additionnent.



1 - Démontrer l'additivité des capacités de condensateurs en parallèle, par la méthode de votre choix (lois réelles ou complexes).

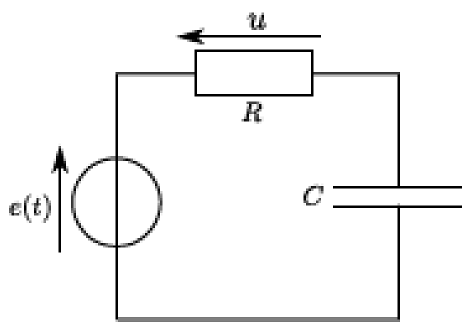
2 - Établir l'expression de la capacité totale $C = C_1 + C_2$, et l'écrire sous la forme $C = ax + b$, avec a et b des constantes à exprimer en fonction des dimensions H, L et e du condensateur, de ε_0 et de la permittivité diélectrique relative ε_r de l'eau.

Pour mesurer la valeur de C, on place le capteur dans un montage électrique (document 9). Le générateur de tension impose une tension $e(t) = A\cos\omega t$ avec $A > 0$.

On mesure alors la tension u aux bornes de la résistance.

3 - Montrer qu'elle vérifie l'équation suivante :

$$RC\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t} = RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u. \qquad (5)$$



Document 9

On utilise le formalisme complexe : $e(t)$ est représenté par $\underline{e}(t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ et $u(t) = U_0\cos(\omega t + \varphi)$ par $\underline{u}(t) = \underline{U_0}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ avec $\underline{U_0} = U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$.
j est le nombre complexe tel que $\mathrm{j}^2 = -1$.

4 - À partir de l'équation (5), établir l'expression de $\underline{U_0}$ en fonction de A, ω, R et C.

5 - Établir l'expression de l'amplitude U_0 de la tension $u(t)$ en fonction des mêmes grandeurs.

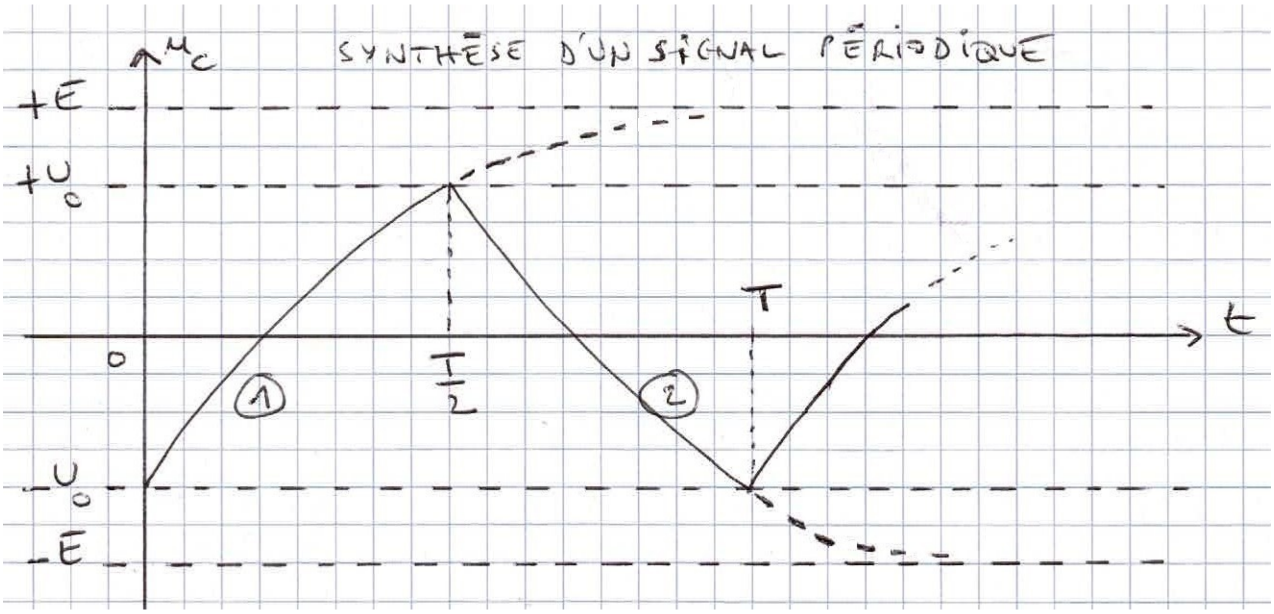
6 - On se place dans la limite basse fréquence. Préciser ce que cela signifie, et donner alors l'expression approchée de U_0.

7 - Expliquer comment ce montage permet une mesure du niveau d'eau.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE **NOM, PRÉNOM :**

Partie II :

Q5 : date τ



Q11 : caractéristique du comparateur