

TD 9 – RÉGIME TRANSITOIRE (2)

1. Optimisation d'un circuit (R,L,C) série

On place en série un condensateur de capacité $C = 100 \text{ nF}$, une bobine d'inductance $L = 1 \text{ mH}$ et de résistance $r = 5 \Omega$, une résistance réglable R et un interrupteur K . Le condensateur est chargé. À $t = 0$, on ferme K .

Quelle doit être la valeur de R pour que le régime permanent soit atteint le plus rapidement possible ?

2. Équation différentielle pour l'intensité dans un circuit (R,L,C) série

On considère un circuit (R, L, C) série en régime libre où le condensateur porte une charge q_0 à $t = 0^-$. On ferme l'interrupteur à $t = 0$.

(a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i pour $t > 0$.

(b) Obtenir, à $t = 0^+$ les valeurs de i , u_R , u_C , u_L , $\frac{di}{dt}$ et $\frac{d^2i}{dt^2}$.

(c) Les valeurs des caractéristiques des dipôles sont choisies pour que $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$: définir ce type de régime.

3. Réponse d'un circuit bouchon à un échelon de courant

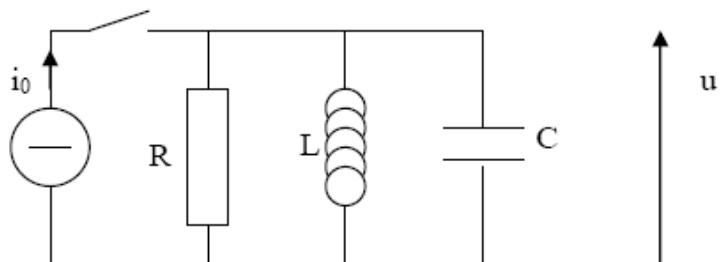
Dans le circuit ci-contre, on ferme l'interrupteur jusqu'à l'établissement d'un régime permanent.

(a) Déterminer les courants juste après la fermeture.

(b) Déterminer, en simplifiant le circuit, les courants lorsque le régime permanent est établi.

(c) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ dans le circuit.

(d) La résoudre après l'avoir mise sous forme canonique, et calculer toutes les grandeurs caractéristiques pour $R = 10 \text{ k}\Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 0,1 \mu\text{F}$



4. Résolutions complètes du circuit RLC série : entraînement

Dans cet exercice :

- Lorsqu'on parle de régime libre, les conditions initiales sont $u_C(o_+) = U_0$ et $\frac{du_C}{dt}(o_+) = 0$, par continuités de la tension aux bornes de C et du courant dans L (sauf à la question e).
- Lorsqu'on parle d'excitation échelon, les CI sont nulles et la SP vaut E .

On partira de l'ED générale (que l'on peut démontrer une fois), et l'on remplacera le paramètre (Q ou λ) dans l'ED dès le début, **avant** la recherche de la solution qui ne dépendra alors que de ω_0 comme paramètre.

Lorsqu'on obtiendra un régime pseudopériodique, on donnera l'expression de l'amplitude de la sinusoïde et sa phase à l'origine (à l'aide de la fonction Arccos).

- a) Excitation échelon et régime aperiodique critique ; prouver que la fonction obtenue est strictement croissante.
- b) Excitation échelon et $Q=1/4$; une fois la solution obtenue, vérifier **de tête** que les deux CI sont correctes, et prouver qu'elle est strictement croissante.
- c) Régime libre pour $Q=1/\sqrt{2}$.
- d) Excitation échelon et $Q=1$; vérifier sur l'expression définitive que la CI de valeur est correcte.
- e) Un régime libre spécial : $u_c(0_+)=0$ et $\frac{du_c}{dt}(0_+)=\omega_0 U$, où U est une constante positive (en volts) et $Q=1/3$: tracer l'allure de la solution avant tout calcul, et déterminer la date et la valeur du maximum atteint.

5. Courbe de réponse pseudopériodique

On redonne la solution générale, du régime libre : $u_c(t)=e^{-\lambda t} U_{cm} \cos(\omega t + \varphi)$, avec $\omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$

- a) Exprimer la pseudopériode des oscillations T en fonction de la période propre du circuit LC série correspondant T_0 , et du facteur de qualité Q du circuit.
- b) On assimile maintenant T à T_0 : l'erreur relative commise est donc $\varepsilon = \frac{T_0 - T}{T}$.

Exprimer ε en fonction de Q , et avec l'approximation suivante $\sqrt{1+\alpha} \approx 1 + \frac{\alpha}{2}$ pour α petit devant 1, obtenir la valeur minimale de Q pour que l'erreur commise ε soit inférieure ou égale à 1 %.

Dans l'équation donnée en introduction, on note pour alléger l'écriture $\psi = \psi(t) = \omega t + \varphi$.

- c) Démontrer que les dates telles que la courbe de u_c touche l'exponentielle décroissante (celle au-dessus de la courbe) d'équation $f_+(t) = +U_{cm} e^{-\lambda t}$ vérifient l'équation $\psi = \psi(t) \equiv 0 [2\pi]$.
- d) Les maxima de la courbe de u_c ne sont pas situés aux mêmes dates : démontrer que ces dates sont les solutions (positives) de l'équation $\psi = \psi(t) \equiv -\text{Arctan}\left(\frac{\lambda}{\omega}\right) [2\pi]$

6. Influence d'un condensateur sur un circuit (R,L)

Soit un générateur de tension électromotrice E et de résistance interne r . Il est placé aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance R . À l'instant initial, l'ensemble fonctionne en régime permanent. On branche alors en parallèle avec la bobine un condensateur déchargé de capacité C . L'objet de l'étude est d'obtenir le comportement de l'intensité i délivrée par le générateur.

- (a) Déterminer la valeur de i à $t=0^+$ (juste après avoir branché le condensateur), et $\frac{di}{dt}(0_+)$.
- (b) Établir l'équation différentielle vérifiée par i .
- (c) On donne $L = 43 \text{ mH}$; $R = 9,1 \Omega$; $r = 50 \Omega$ et $E = 5,0 \text{ V}$. Quelle valeur doit-on prendre pour C pour obtenir un régime pseudopériodique ?
- (d) Déterminer l'expression littérale de i si $C = 10 \mu\text{F}$.