TD 9 – ALI : Amplificateur Linéaire Intégré

ou AO : « Amplificateur Opérationnel »

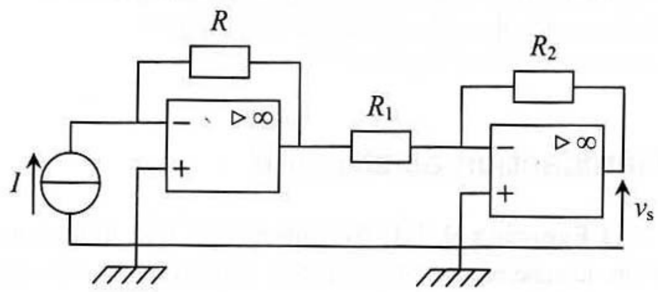
0. Millman

On oriente par exemple les courants tous entrant vers le nœud : les tensions sont alors toutes fléchées vers l'extérieur, et la loi des nœuds donne alors $\sum_{k=1}^{k=N} \underline{Y}_k(\underline{V}_k - \underline{V}_N) = 0$ donc $\sum_{k=1}^{k=N} \underline{Y}_k \underline{V}_k = \sum_{k=1}^{k=N} \underline{Y}_k \underline{V}_N = \underline{V}_N \sum_{k=1}^{k=N} \underline{Y}_k$ ce qui est bien le résultat demandé.

Sous cette forme, Millman est moins général que la loi des nœuds, car on peut devoir travailler sur un nœud où l'un des fils porte un courant connu (source de courant par exemple) sans qu'une impédance y soit reliée directement (cf premier étage exo 1 ci-dessous).

1. Convertisseur courant-tension

Déterminer v_s en fonction de I et des différentes résistances. Les AO sont supposés idéaux.



Les ALI sont en fonctionnement linéaire, car bouclés de S vers -.

<u>Premier étage</u> : On note u la tension en sortie de l'ALI.

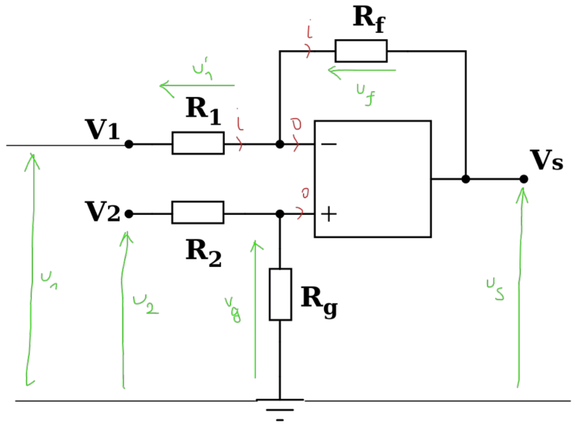
Comme $i_- = 0$, la tension aux bornes de R est RI (convention récepteur) – ou bien on utilise la lnp.

Une loi des mailles donne immédiatement $u = -RI$ car $\varepsilon = 0$.

<u>Deuxième étage</u> : c'est un amplificateur inverseur, donc $v_S = -\frac{R_2}{R_1} u$

Finalement $v_S = +\frac{R R_2}{R_1} I$, d'où le nom du montage.

2. Que fait ce montage ?



On introduira les tensions $U_k = V_k - 0$ donc prises entre les points aux potentiels V_k et la Terre.

a) Trouver U_S en fonction des tensions d'entrée.

b) Répondre à la question du titre quand on choisit

$$\frac{R_f}{R_1} = \frac{R_g}{R_2}$$

c) Cas particulier quand ce rapport vaut l'unité.

a) **Lois des nœuds en terme de potentiels** :

<u>Entrée inverseuse</u> : $G_1(V_1 - V_-) = 0 + G_f(V_- - V_S)$, où l'on utilise les conductances pour ne pas traîner des inverses.

<u>Entrée non inverseuse</u> : $G_2(V_2 - V_+) = 0 + G_g(V_+ - 0)$.

ALI en fonctionnement linéaire : $V_+ = V_-$

On combine :

$V_+ = V_- = \dfrac{G_2}{G_g + G_2} V_2$ avec la deuxième équation.

La première est $G_f V_S = (G_1 + G_f) V_- - G_1 V_1$, ce qui donne

$G_f V_S = (G_1 + G_f) \dfrac{G_2}{G_g + G_2} V_2 - G_1 V_1$ et en remplaçant les conductances par leur expression en fonction des résistances : $U_S = \dfrac{R_g}{R_2 + R_g}\left(\dfrac{R_f}{R_1} + 1\right) U_2 - \dfrac{R_f}{R_1} U_1$

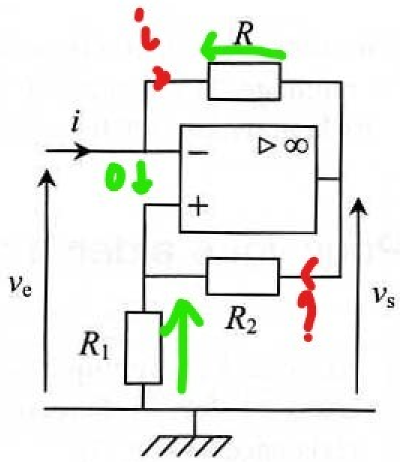
b) On pose $k = \dfrac{R_f}{R_1} = \dfrac{R_g}{R_2}$: $U_S = \dfrac{\frac{R_g}{R_2}}{1 + \frac{R_g}{R_2}} (k+1) U_2 - k U_1 = \dfrac{k}{1+k}(k+1) U_2 - k U_1$ donc

$U_S = k(U_2 - U_1)$

c) Montage soustracteur : la sortie est égale à la différence des tensions d'entrée :
$U_S = U_2 - U_1$

3. Réalisation d'une résistance négative

On désire simuler une résistance négative de telle sorte que cette dernière puisse par exemple compenser les pertes joules d'une bobine réelle. On réalise donc à cet effet le montage ci-contre.



1. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, déterminer les relations donnant v_e en fonction de i, et v_s en fonction de i.
2. En déduire l'expression de la résistance négative $-R_n$ en fonction de R, R_1 et R_2, avec $R_n > 0$.
3. À quel intervalle doit appartenir le courant i pour que l'amplificateur fonctionne en régime linéaire ?
4. Refaire un schéma pour avoir un circuit LC série dont on pourrait, à l'aide de ce montage, compenser les pertes Joule de la bobine. La bobine sera représentée par une inductance parfaite en série avec une résistance r.

D'après Centrale-Supélec

1.

<u>Entrée inverseuse</u> : $i = 0 + \frac{1}{R}(V_- - V_S)$

<u>Entrée non inverseuse</u> : avec une orientation un peu arbitraire du courant

$\frac{1}{R_2}(V_S - V_+) = 0 + \frac{1}{R_1}(V_+ - 0)$.

ALI en fonctionnement linéaire : $V_+ = V_- = V_e$

Donc $V_e - V_S = Ri$ (1ère équation) et $R_1(V_S - V_e) = R_2 V_e$ (2ème équation) et en remplaçant la première dans la deuxième (attention à la question posée), on obtient ce qu'on veut

$R_1(-Ri) = R_2 V_e$ c'est-à-dire $V_e = -\frac{R R_1}{R_2} i$.

Dans la première : $V_S = V_e - Ri = -R\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) i$

2. Montage équivalent vu de l'entrée à une résistance négative, puisqu'on trouve $u_E = -R_n i$ avec $R_n = \frac{R R_1}{R_2} > 0$

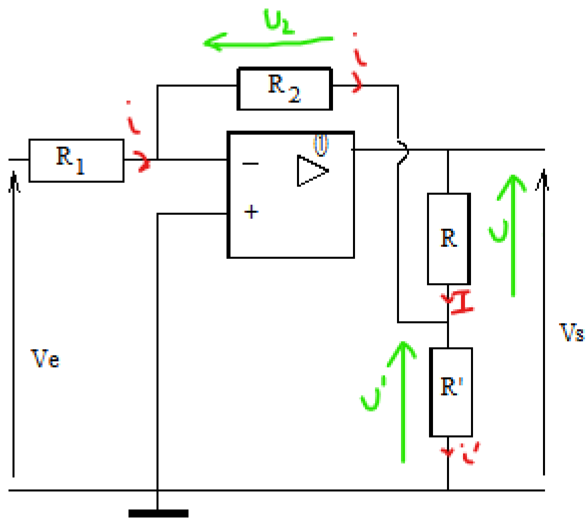
3. $-V_{\text{sat}} < u_S < +V_{\text{sat}}$ donc $-\frac{R_2}{R(R_1 + R_2)} V_{\text{sat}} < i < \frac{+R_2}{R(R_1 + R_2)} V_{\text{sat}}$

4. cf précédent TP (Transitoires : LC série), on choisit $R_n = r$ pour compenser la résistance interne de la bobine.

4. Amplificateur de fort gain

Calculer le gain $\frac{v_s}{v_e}$ du montage ci-contre où l'ALI est supposé idéal.

Application numérique pour : $R_1=4{,}7\,\text{k}\Omega$; $R_2=47\,\text{k}\Omega$; $R=10\,\text{k}\Omega$; $R'=1\,\text{k}\Omega$



1. On note N le nœud entre *R* et *R'*.

ALI linéaire : $V_+=V_-=0$ (car fil à la Terre) donc avec cette simplification directement :

En « - » : $G_1(V_e-0)=0+G_2(0-V_N)$ donc $G_1V_e=-G_2V_N \Leftrightarrow R_2V_e=-R_1V_N$

En N : $G_2(0-V_N)+G(V_s-V_N)=G'(V_N-0)$ donc $(G+G'+G_2)V_N=GV_S$

Inutile en S car pas de loi sur le courant i_S

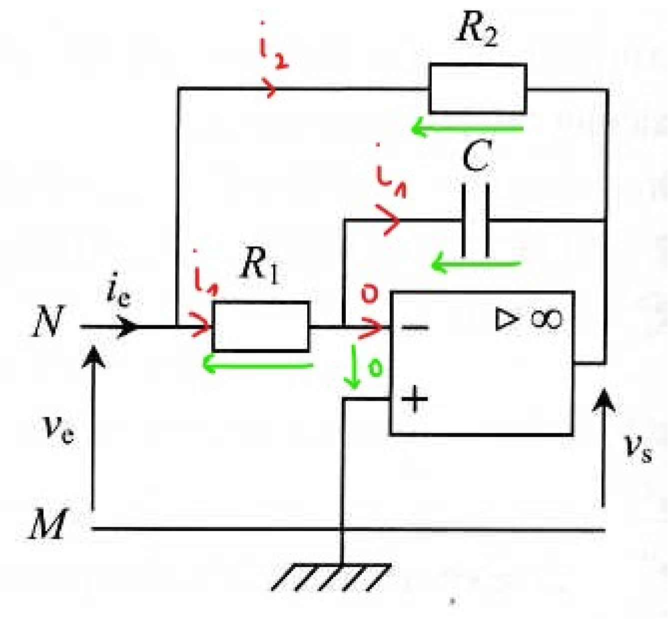
Restons à travailler avec les conductances puisqu'elles sont sommées…

2. On élimine la seule inconnue V_N : $GV_S=-(G+G'+G_2)\frac{G_1}{G_2}V_e$

3. On introduit les résistances : $V_S=-\left(1+\frac{G'}{G}+\frac{G_2}{G}\right)\frac{G_1}{G_2}V_e$ soit $\frac{V_S}{V_e}=-\left(1+\frac{R}{R'}+\frac{R}{R_2}\right)\frac{R_2}{R_1}$

4. AN : $-\left(1+\frac{R}{R'}+\frac{R}{R_2}\right)\frac{R_2}{R_1}=-10(1+10+10/47)=-112$

5. Simulation d'une bobine réelle



Le circuit suivant est équivalent, entre les bornes M et N, à une bobine idéale d'inductance *L* montée en parallèle avec une résistance *r*.

(a) Obtenir l'admittance $\underline{Y}$ d'une association $L // r$.

(b) En appliquant la loi des nœuds, déterminer l'admittance <u>d'entrée</u> (vue entre les points M et N) du montage $\underline{Y}=\frac{\underline{I_E}}{\underline{U_E}}$

(c) En déduire par identification *L* et *r* en fonction de R_1, R_2 et C .
AN pour $R_1=1\,\mathrm{k}\Omega$, $R_2=2\,\mathrm{k}\Omega$ et $C=15\,\mu\mathrm{F}$.

(d) Les inductances usuelles (de TP) valent au plus quelques dixièmes de henry. Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

(a) : $\underline{Y}=\frac{1}{r}+\frac{1}{j\omega L}$

(b) : ALI linéaire : $V_+=V_-=0$ (car fil à la Terre) donc avec cette simplification directement :

En N : on a $\underline{V_N}=\underline{V_e}$ donc $\underline{I_e}=G_1(\underline{V_e}-0)+G_2(\underline{V_e}-\underline{V_S})$

En « - » : $G_1(\underline{V_e}-0)=j\omega C(0-\underline{V_S})$

Donc $\underline{I_e}=(G_1+G_2)\underline{V_e}-G_2\underline{V_S}=\underline{V_e}\left[(G_1+G_2)+G_2\frac{G_1}{j\omega C}\right]$ donc $\underline{Y}=G_1+G_2+\frac{G_1G_2}{j\omega C}$

(c) : On identifie $\frac{1}{r}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$: $r=666\,\Omega$ et $\frac{1}{L}=\frac{G_1G_2}{C}$: $L=R_1R_2C=30\,\mathrm{H}$

(d) : à moins de contacter le CERN (accélérateur de particules), on ne peut pas obtenir une bobine d'inductance aussi élevée...

6. Que fait ce montage ?

a) Le courant est le même dans les 2 dipôles, car $i_- = 0$; et comme l'ALI fonctionne en mode linéaire puisqu'il y a bouclage de S sur -, on a $V_- = V_+$, nul ici.

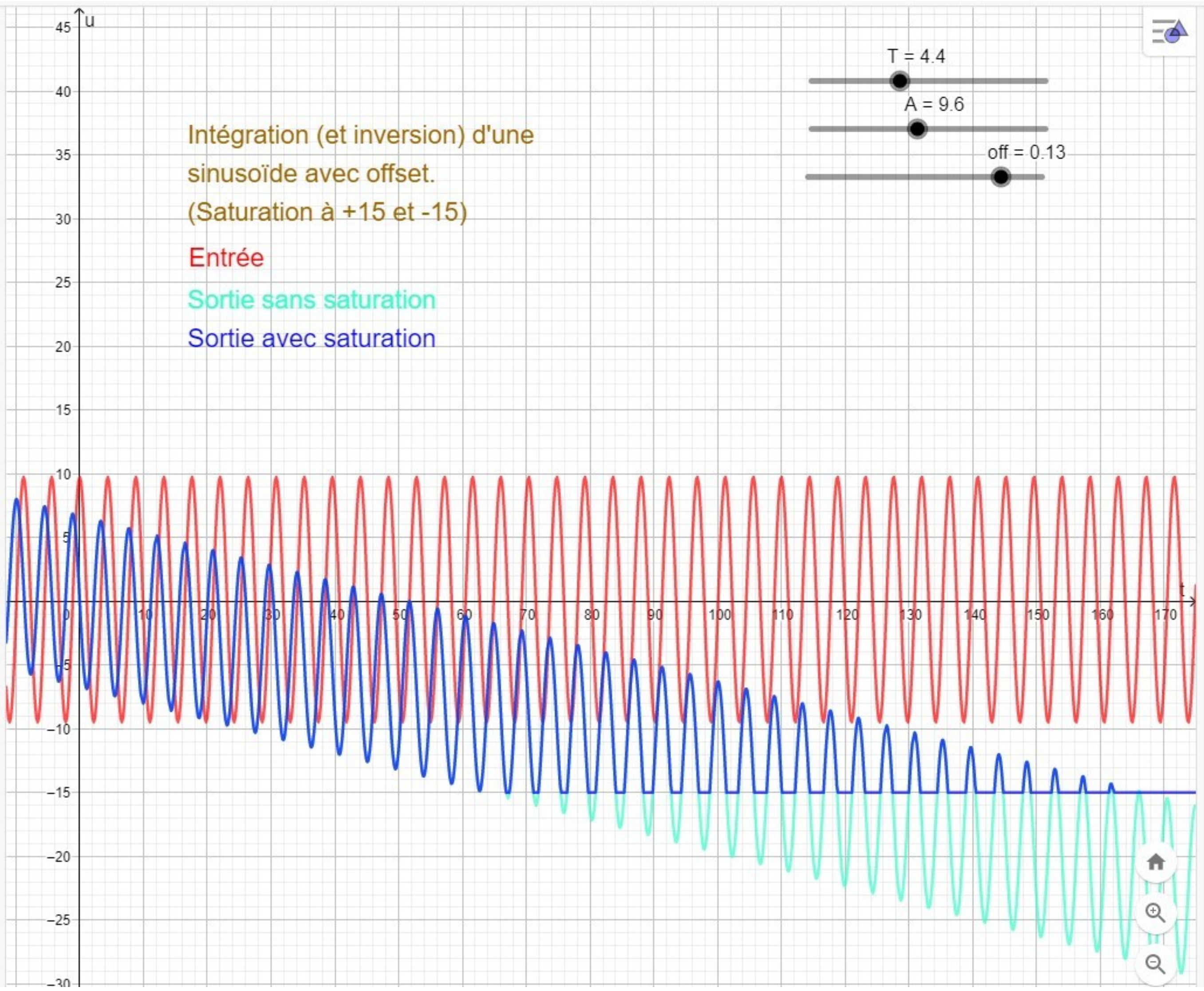
Donc $\frac{1}{R}(V_e - 0) = C\frac{d}{dt}(0 - V_S)$ donc $RC\frac{dV_S}{dt} = -V_e$

b) $\frac{1}{R}(V_e - 0) = j\omega C(0 - V_S)$: on utilise l'admittance de C et donc la loi d'Ohm généralisée. Donc $j\omega RC V_S = -V_e \Leftrightarrow RC\frac{dV_S}{dt} = -V_e$

c) On a donc $\tau\frac{dV_S}{dt} = -V_e$ donc $\tau[V_S(t)]_0^t = -\int_0^t V_e(t)dt$ soit

$V_S(t) = V_S(0) - \frac{1}{\tau}\int_0^t V_e(t)dt$: il s'agit donc d'un montage intégrateur inverseur.

d) Donc $V_e(t) = V_m\cos(\omega t + \varphi) + V_{\text{off}}$: l'intégrale de la sinusoïde donnera une sinusoïde, mais celle de l'offset est la valeur de la primitive de V_{off} donc de $V_{\text{off}}t$ qui tend vers $\pm\infty$ selon le signe de V_{off} .



Le montage n'est donc pas stable est saturera en sortie : la tension de sortie ne peut pas sortir de l'intervalle $[V_{\text{sat},-} ; V_{\text{sat},+}]$