DM 8 – ALI IDÉAL CORRECTION

1.A1.) L'ALI idéal n'est pas bouclé ; on utilise sa caractéristique en tension : ici $v_s = \text{sgn}(\varepsilon) V_{\text{sat}}$ (on a simplifié le modèle avec des valeurs opposées pour $V_{\text{sat+}}$ et $V_{\text{sat-}}$).

Comme $\varepsilon = V_+ - V_-$, l'ALI compare ces deux potentiels.

On obtient par le diviseur de tension $V_+ = \dfrac{R}{R+R_0} E_0 = 4\,\text{V}$.

On en déduit que $v_s = \begin{cases} +V_{\text{sat}} \text{ si } 0 < v_e < 4\,\text{V} \\ -V_{\text{sat}} \text{ si } 4 < v_e < 10\,\text{V} \end{cases}$

1.A.2) Le triangle croît de 0 à $\dfrac{T}{4}$, durée pendant laquelle il passe de 0V à 6V.

L'évolution de la tension est linéaire(triangle donc droite) : il atteint donc $4\,\text{V} = \dfrac{2}{3} \times 6\,\text{V}$ à la date $t_1 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{T}{4} = \dfrac{T}{6}$. Par symétrie, il atteint cette valeur en redescendant à la date $t_2 = \dfrac{T}{2} - t_1 = \dfrac{T}{3}$

La durée pendant laquelle $v_e = V_- > V_+$, donc $\varepsilon < 0$, donc $v_s = -V_{\text{sat}}$ est donc $\Delta t_{\text{bas}} = t_2 - t_1 = \dfrac{T}{6}$.

Le reste du temps, donc pendant $\Delta t_{\text{haut}} = \dfrac{5T}{6}$, soit 5 fois plus longtemps, la sortie vaut $v_s = +V_{\text{sat}}$ car $v_e = V_- < V_+$.

B) Les courants entrants dans l'ALI sont nuls : les résistances ne servent à rien.

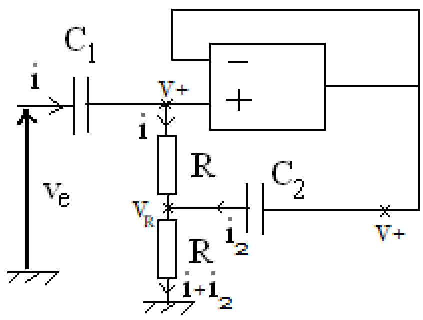
Avec des notations évidentes (haut et bas), on a donc $V_{\text{-H}} = E_2 = 4\,\text{V}$ et $V_{\text{+B}} = E_1 = 2\,\text{V}$. Et évidemment $V_{\text{+H}} = V_{\text{-B}} = v_e$.

Par ailleurs, on a $v_s = V_{\text{sH}} - V_{\text{sB}}$.

On déduit des caractéristiques des ALI $V_{\text{sH}} = \begin{cases} -V_{\text{sat}} \text{ si } v_e < 4\,\text{V} \\ +V_{\text{sat}} \text{ si } v_e > 4\,\text{V} \end{cases}$ et $V_{\text{sB}} = \begin{cases} +V_{\text{sat}} \text{ si } v_e < 2\,\text{V} \\ -V_{\text{sat}} \text{ si } v_e > 2\,\text{V} \end{cases}$ et

finalement $v_s = \begin{cases} -2V_{\text{sat}} \text{ si } 0 < v_e < 2\,\text{V} \\ 0 \text{ si } 2 < v_e < 4\,\text{V} \\ +2V_{\text{sat}} \text{ si } 4 < v_e < 8\,\text{V} \end{cases}$

2.a) Le fonctionnement linéaire de l'ALI n'est pas certain car les deux bouclages de S vers + et vers – sont présents.



2.b) Comme le fonctionnement linéaire est admis, on retrouve le potentiel V_+ en V_-. On le retrouve aussi en sortie de l'ALI par le bouclage de S sur –.

On introduit les courants et potentiels sur le schéma ci-contre.

Le courant i_+ est nul. Aucune association n'est possible, ni série, ni dérivation.

On en déduit les lois $\begin{cases} \underline{i}=j\omega C_1(\underline{V}_e-\underline{V}_+) \\ \underline{i}=\dfrac{1}{R}(\underline{V}_+-\underline{V}_R) \\ \underline{i}_2=j\omega C_2(\underline{V}_+-\underline{V}_R) \\ \underline{i}+\underline{i}_2=\dfrac{1}{R}\underline{V}_R \end{cases}$ où il faut éliminer $\underline{V}_+, \underline{V}_R, \underline{i}_2$.

Les deux dernières équations donnent $\underline{i}+j\omega C_2(\underline{V}_+-\underline{V}_R)=\frac{1}{R}\underline{V}_R$ soit $(1+j\omega RC_2)\underline{V}_R=j\omega RC_2\underline{V}_+ +R\underline{i}$ et la deuxième est $\underline{V}_R=\underline{V}_+-R\underline{i}$ qu'on remplace : $(1+j\omega RC_2)(\underline{V}_+-R\underline{i})=j\omega RC_2\underline{V}_+ +R\underline{i}$.

Il reste $(1+j\omega RC_2)(\underline{V}_+-R\underline{i})=j\omega RC_2\underline{V}_+ +R\underline{i}$ donc $\underline{V}_+=(2+j\omega RC_2)R\underline{i}$ qu'on remplace dans la première $\underline{V}_e=\underline{V}_+ +\frac{1}{j\omega C_1}\underline{i}$ soit $\underline{V}_e=\left[2R+j\omega R^2C_2+\frac{1}{j\omega C_1}\right]\underline{i}$.

On en déduit $A=2R$; $B=R^2C_2$ et $D=C_1$.

2.c) Tout se passe comme si on avait un circuit r,L,C série avec $r=2R$, $L=R^2C_2$ et $C=C_1$.

Pour obtenir l'ED sous forme canonique, il faut un coefficient 1 devant la dérivée seconde : $(j\omega)^2\underline{i}+\frac{2}{RC_2}(j\omega)\underline{i}+\frac{1}{R^2C_1C_2}\underline{i}=\frac{1}{R^2C_2}(j\omega)\underline{V}_e$ soit $\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{2}{RC_2}\frac{di}{dt}+\frac{1}{R^2C_1C_2}i=\frac{1}{R^2C_2}\frac{dV_e}{dt}$ ce qui donne $\boxed{\omega_0=\frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}}$, puis $\frac{\omega_0}{Q}=\frac{2}{RC_2}$: $Q=\frac{RC_2\omega_0}{2}=\frac{RC_2}{2}\frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$ donc $\boxed{Q=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}}$.