TD 16 – Mouvement d'une charge électrique - correction

1. Champ B : v initiale quelconque

On définit $\vec{v_0}=(v_{0x},v_{0z})$, avec l'angle $(\vec{u_x},v_{0z})=\alpha$.

Selon z, on trouve que $v_z=v_{0z}$, cte.

On obtient un mouvement circulaire dans le plan xOy, de pulsation $\omega=\frac{|q|B}{m}$, et de rayon $R=\frac{m v_{0x}}{|q|B}$.

La particule fait donc un tour en une période $T=2\pi\frac{m}{|q|B}$, durée pendant laquelle est avance de $h=|v_{0z}|T$ sur l'axe, soit $h=2\pi\frac{m|v_{0z}|}{|q|B}=2\pi R\frac{|v_{0z}|}{v_{0x}}$ donc $h=2\pi R\tan|\alpha|$.

Si la particule est positive, le cercle est dans le demi-plan inférieur (3 doigts) : on voit que $\alpha>0\Leftrightarrow \text{hélice gauche}$, et c'est le contraire si la particule est négative, <u>ou bien</u> si $\alpha<0$.

Donc hélice droite (tire-bouchon) si et seulement si $q\alpha<0$.

Le tire-bouchon correspond au cas où la rotation et l'avancée selon l'axe sont en accord avec la règle d'enroulement.

2. Action d'un champ magnétique sur un proton ou un électron

$E_c=\frac{1}{2}mv^2$, égales donc $m_p v_p^2=m_e v_e^2$: $\frac{v_p}{v_e}=\sqrt{\frac{m_e}{m_p}}\ll 1$.

On a $R=\frac{mv}{|q|B}$, avec B et $|q|=e$, identiques pour les deux : $\frac{R_p}{R_e}=\frac{m_p}{m_e}\frac{v_p}{v_e}=\sqrt{\frac{m_p}{m_e}}\gg 1$

$\omega=\frac{v}{R}$ est inversement proportionnel à m : $\omega_p\ll\omega_e$, et la période et inversement proportionnelle à ω : $T_p\ll T_e$.

$\frac{m_p}{m_e}=1823$ et $\sqrt{\frac{m_p}{m_e}}=42{,}7$

3. Déflexion électrique dans un oscilloscope (Banque PT 2000)

1. La tension U étant dirigée selon l'axe x, le champ électrique est dans l'autre sens : $\vec{E}=-\frac{U}{d}\vec{u_x}$.

Il n'y a pas de champ magnétique : la force de Lorentz est purement électrique : $\vec{F_L}=q\vec{E}=\frac{eU}{d}\vec{u_x}$

2. a. cf cours (mvt à vecteur accélération constant : $\vec{v}=\vec{v_0}+\frac{eU}{md}t\vec{u_x}$, soit $\vec{v}=\left(\frac{eU}{md}t,v_0\right)_{x,z}$, qu'on intègre une seconde fois (M est en O à la date nulle) : $\vec{OM}=\vec{v_0}t+\frac{eU}{2md}t^2\vec{u_x}$, soit $\vec{OM}=\left(\frac{eU}{2md}t^2,v_0 t\right)_{x,z}$.

On en tire $t=\frac{z}{v_0}$, puis $x=\frac{eU}{2mdv_0^2}z^2$

b. On sort de la zone quand $z=z_K=D$, donc $t_K=\frac{D}{v_0}$, $x_K=\frac{eUD^2}{2mdv_0^2}$, et en remplaçant la date dans l'expression de la vitesse $\vec{v_K}=\left(\frac{eUD}{mdv_0},v_0\right)$.

2. c. Pas de force, donc application directe du principe d'inertie.

(En fait, on néglige le poids par rapport à la force de Lorentz, et ici, il est seul, donc on ne peut pas vraiment le négliger : les électrons décriront une parabole de chute libre... Mais si la vitesse en *K* est grande, la courbure de la trajectoire ne sera pas visible).

2.d. La trajectoire est rectiligne, de vecteur vitesse $\vec{v_K}=\left(\frac{eUD}{mdv_0},v_0\right)$ constant.

On en déduit immédiatement $\vec{O_1M}=\vec{O_1K}+\vec{v_K}t$, en remettant la date à 0 :

$\vec{O_1M}=\left(\frac{eUD^2}{2mdv_0^2}+\frac{eUD}{mdv_0}t,v_0t\right)$.

En *P*, on a donc $t=\frac{L}{v_0}$: $X_P=\frac{eUD^2}{2mdv_0^2}+\frac{eUDL}{mdv_0^2}=\frac{eUD}{2mdv_0^2}(D+2L)$

4. Spectromètre de masse (BTS chimiste)

1.a. La force électrique doit être dirigée de F1 vers F2, donc le champ électrique également, puisque q positive.

La tension est donc de sens opposé : de F2 vers F1. F1 est donc au potentiel le plus élevé (autre façon de de voir : les charges positives tendent à descendre les potentiels)

$E_0=U/d=1{,}00\cdot10^4\,\text{V/m}=10\,\text{kV/m}$

1.b. Cas du cours exactement $v_0=\sqrt{\frac{2qU}{m}}$

1.c. On a dans les 2 cas $q=2e=3{,}2\cdot10^{-19}\,\text{C}$. La masse d'un ion est environ $m=Au$ (peu précis pour les noyaux lourds comme Hg...)

$v_{01}=138{,}4\text{ km/s}$ et $v_{02}=137{,}8\,\text{km/s}$

2.a.b.Les deux forces doivent se compenser : la force électrique est vers la droite, la force magnétique doit être vers la gauche, de même norme égale à qE_1.

La vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique, et si le mouvement est rectiligne, elle le restera : sa norme est donc qv_0B_1.

Ce n'est donc possible que si $v_0B_1=E_1$

2.c. $v_0=138{,}4\,\text{km/s}$: ce sont les ions les plus légers qui passent.

3.a. Cours : puissance Lorentz nulle, donc MU

3.b. Cours : RFD en cylindriques, de centre inconnu : $R_1=\frac{mv_0}{2eB_2}$. $R_{11}=72{,}24\text{ cm}$, $R_{12}=72{,}60\,\text{cm}$

3.c. C'est un demi cercle qui est parcouru : C1 reçoit donc les ions les plus légers.

3.d. On a $\delta=2(R_{12}-R_{11})=7{,}2\,\text{mm}$, ce qui paraît suffisant;

3.e. Les charges sont les mêmes : la charge reçue est donc proportionnelle au nombre d'ions, donc à la quantité de matière.

La composition molaire est donc, en isotope 200 : $x_{200}=\frac{Q_1}{Q_1+Q_2}=77{,}4\,\%$ et

$x_{202}=\frac{Q_2}{Q_1+Q_2}=1-x_{200}=22{,}6\,\%$

5. Cyclotron

Cyclotron

1. MUV accéléré (champ $\vec{E}$ uniforme)

$q V_1 + 0 = q V_2 + \frac{1}{2} m v_1^2$: $\boxed{v_1 = \frac{2q}{m}(V_1 - V_2)}$

avec $V_1 - V_2 = U_{12} > 0$.

2. a) MCU : $\boxed{R_1 = \frac{m v_1}{qB}}$, avec le centre de coordonnées $(d; -R_1)$

car $q\vec{v_1} \wedge \vec{B}$ est vers le bas.

b) v_1 car MCU.

3. Idem Q1 : $q V_2 + \frac{1}{2} m v_1^2 = q V_1 + \frac{1}{2} m v_2^2$

soit $v_2^2 = v_1^2 + \frac{2q}{m}(V_2 - V_1)$ donc

$\boxed{v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2q}{m} U_{12}}}$ avec $U_{12} > 0$.

4. a) MCU de rayon $\boxed{R_2 = \frac{m v_2}{qB}}$

b) La particule décrit un demi-cercle avec $\omega_c = \frac{qB}{m}$ et $\omega_c = \dot{\theta}$, constante.

Comme l'angle parcouru est π, on a $\pi = \omega_c t$

donc $t = \frac{\pi}{\omega_c}$: $\boxed{t = \frac{\pi m}{qB}}$, indépendante de la vitesse.

c) Une inversion de la tension dure t, donc la période doit être $T = 2t$ donc $\boxed{f = \frac{qB}{2\pi m}}$

5. a) Par récurrence $v_n^2 = v_{n-1}^2 + \frac{2qU}{m}$, suite arithmétique ; on déduit $v_n^2 = \frac{2qU}{m} n$ soit $\boxed{v_n = \sqrt{\frac{2qU}{m} n}}$

b) Seule façon d'accélérer les particules.

6. a) On a environ $R_n = \frac{D}{2} = \frac{m v_n}{qB}$ Avec $qB = 2\pi m f$

donc $\frac{D}{2} = \frac{v_n}{2\pi f}$ soit $v_n = \pi f D$: $\boxed{E_{Cn} = \frac{1}{2} m (\pi f D)^2}$

$\boxed{B = 2\pi \frac{mf}{q}}$

b) $E_{Cn} = n q U$ donc $\boxed{n = \frac{E_{Cn}}{qU}}$, nombre de demi-tours.