TP Cours : Ondes progressives ultrasonores

Attention : Pour éviter des interférences avec un signal réfléchi sur le mur, toujours diriger l'émetteur *vers l'intérieur de la pièce*. La portée des ondes ultrasonores est suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas d'interférences entre les paillasses.

I – Préliminaire théorique sur les ondes

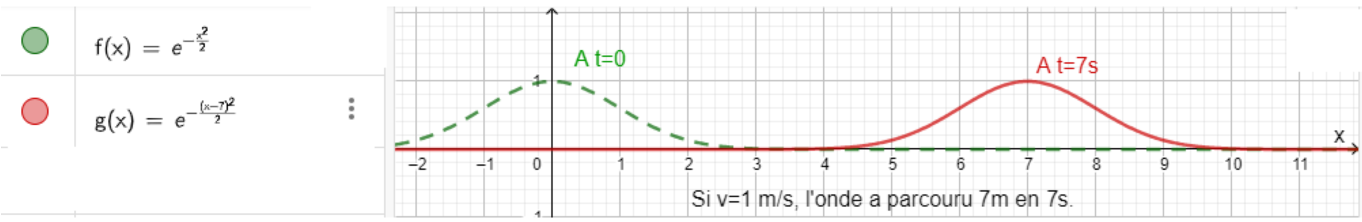
1. Onde photographiée à des dates différentes

Une onde est un signal (impulsion sur une corde, ronds dans l'eau, vagues, son, élasticité dans un ressort ou dans un solide, lumière, radio, etc.) qui se propage à la célérité v.

On parle de célérité et pas de vitesse pour les ondes, car le mouvement de la matière n'est pas celui du signal observé, l'onde : aucun corps ne se déplace à la vitesse v.

Prenons l'exemple d'une impulsion sur une corde élastique, qu'on peut modéliser à la date nulle (par exemple) par une fonction de Gauss $f(x)=A\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$.

Voici deux photographies successives de la corde, fonction f à la date $t=0$ (en tirets) puis g à a date $t=7\,\mathrm{s}$ (en trait plein) :



Pendant la durée τ, appelée retard de l'onde, elle a parcouru la distance d telle que $d=v\tau$.

Quand l'onde ne se déforme pas (par modification de forme ou affaiblissement), on peut appliquer le théorème de maths sur la translation horizontale des courbes de fonction $g(x)=f(x-d)=f(x-v\tau)$.

On généralise cette expression à des retards quelconques : l'onde est une fonction de la date t **et** de la position x, qu'on peut noter $s(x,t)$.

Dans l'exemple précédent, $f(x)=s(x,0)$, et $g(x)=s(x,7\,\mathrm{s})$.

Tout signal qui se propage sans déformation à la célérité constante v vers les $x>0$ peut donc s'écrire sous la forme $\boxed{s(x,t)=f(x-vt)}$, où f est une fonction quelconque respectable (qui ne diverge pas, continue, dérivable presque partout, et qui tend vers 0 quand $x\to\pm\infty$ s'il s'agit d'une impulsion...).

2. Mouvement de deux points du milieu, distants de *d'*

On change de point de vue en s'intéressant au mouvement d'un point de la corde, donc à la fonction du temps $s(x_0,t)$, l'abscisse $x=x_0$ étant fixée.

Sur l'exemple précédent, au point O d'abscisse nulle, et à la date nulle (observer la courbe en tirets), l'onde est à moitié passée : ce point est au plus haut et commence à redescendre.

Le point *M* situé à $d'=+3\,\mathrm{m}$ de O débute seulement son mouvement de montée à la date nulle : il aura le même mouvement que O, retardé de $\tau'=\frac{d'}{v}=3\,\mathrm{s}$.

En notant $s(0,t)=F(t)$, le mouvement de O en fonction du temps, et $s(d',t)=G(t)$ celui de *M*, on a encore grâce au théorème de maths de translation (décalage temporel) $G(t)=F(t-\tau')$.

Comme auparavant, tout signal qui se propage sans déformation vers les $x>0$ à la célérité *v* constante peut s'écrire $\boxed{s(x,t)=F(t-\tau)=F\left(t-\frac{x}{v}\right)}$, où τ est le retard de l'onde entre les positions $x=0$ et *x*, et *F* une fonction quelconque.

Ces deux expressions, du 1 et du 2, sont équivalentes (par changement de variable).

3. Onde progressive sinusoïdale (ou harmonique)

On dit que l'onde est sinusoïdale quand le mouvement de l'origine O, dite source de l'onde, est une fonction sinusoïdale du temps sans offset.

De façon très générale, $s(0,t)=S\cos(\qquad\qquad)$ (**compléter** : introduire sa pulsation temporelle et sa phase à l'origine des dates).

Sa période temporelle est donc *T* =

Appliquons le théorème sur la propagation des ondes sans déformation à la célérité *v* constante vu au 2. ci-dessus :

On a alors $s(x,t)=S\cos(\qquad\qquad)$

- Montrer qu'on obtient pour l'onde progressive harmonique $\boxed{s(x,t)=S\cos(\omega t-kx+\varphi)}$, où *k* appelée pulsation spatiale, en rad/m, est telle que
  $\omega=$ **Obtenir** son expression en fonction de *k* et *v*.

4. Périodicité spatiale : longueur d'onde λ

On considère une photographie de l'onde progressive harmonique : la date est fixée à $t=t_0$, et l'onde est alors une fonction de *x* seulement.

- En introduisant un entier algébrique $p\in\mathbb{Z}$, déduire de l'expression encadrée ci-dessus toutes les abscisses x_M telles que l'onde soit maximale à $t=t_0$.

La distance (positive donc) entre deux maxima successifs est appelée longueur d'onde *λ*, c'est la périodicité spatiale de l'onde.

On peut donc écrire l'abscisse de tous les maxima de l'onde sous la forme $x_M=x_0+q\lambda,\ q\in\mathbb{Z}$.

- Déduire de la réponse précédente l'expression de x_0 en fonction de t_0,ω,k et φ, et celle de *q* en fonction de *p* (c'est accessoire), mais surtout la relation entre *k* et *λ*.

- Retrouver la relation fondamentale des ondes progressives harmoniques reliant leur longueur d'onde, leur période temporelle, et la célérité de l'onde.

5. Relation de phase entre deux points différents

On travaille ici avec l'expression générale de l'onde progressive harmonique $s(x,t)=S\cos(\omega t-kx+\varphi)$, où l'on appelle phase en x et à la date t l'argument du cosinus.

On considère deux points quelconques séparés d'une différence d'abscisses (algébrique) Δx : M est à l'abscisse x, et N à l'abscisse $x+\Delta x$.

- Exprimer la différence de phase $\Delta\varphi$ entre M et N en fonction de Δx :

- À quelle condition en fonction de λ et d'un entier algébrique p les (mouvements des) points M et N seront-ils en phase ?

- Et en opposition de phase ?

II – Mesure de la longueur d'onde et de la célérité du son dans l'air

L'oscilloscope permet de visualiser une tension proportionnelle à l'onde ultrasonore reçue au niveau du détecteur, donc en un point donné d'abscisse x, en fonction du temps t.

On travaille ici avec des ondes ultrasonores sinusoïdales, de fréquence $f=40\,\mathrm{kHz}$, donc de période temporelle T =

Attention à la base de temps de l'oscillo, vérifier son ordre de grandeur pour un affichage correct...

- Régler le GBF en mode sinusoïdal à la fréquence de $40\,\mathrm{kHz}$. On produira un signal sans offset, d'amplitude $15\,\mathrm{V_{pp}}$.
- Connecter le GBF à l'émetteur et visualiser le signal sur la voie 1 de l'oscilloscope.
- Relier le récepteur à la voie 2 de l'oscilloscope.
- Bien disposer émetteur et récepteur face à face, à une vingtaine de centimètres l'un de l'autre. Vérifier l'alignement vertical.
- Sans déplacer le récepteur, régler la fréquence pour que le signal reçu soit maximal (optimum de sensibilité du récepteur).

  Noter $f=$. On travaillera toujours à cette fréquence.
- cf I.5 : À quelle condition *théorique* sur la distance entre émetteur et récepteur les deux signaux émis et reçus sont-ils en phase ?
- Rédiger et mettre en place un protocole pour mesurer la longueur d'onde λ des ondes ultrasonores.

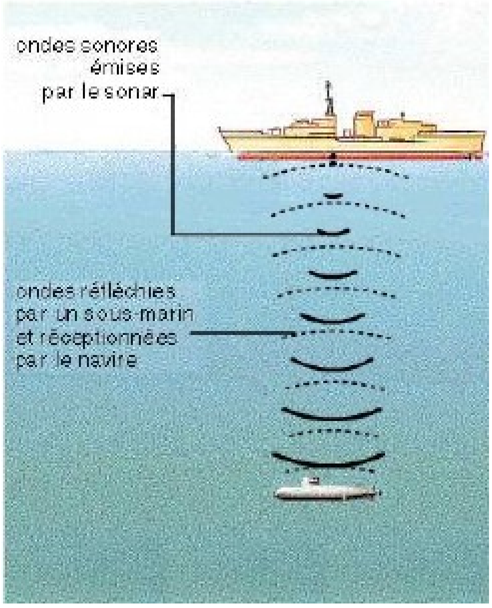
  On dispose d'une règle graduée. Il faudra que la mesure soit la plus précise possible.

Pour trouver avec précision la coïncidence de phase, il est judicieux d'utiliser le mode XY de l'oscilloscope en augmentant fortement la sensibilité des deux voies : vérifier.

- En déduire la valeur de la célérité c des ondes.

  Comparer avec l'expression théorique $c_{\text{théo}} = [331{,}5 + 0{,}6 \times T]\,\text{m/s}$ où T est la température en degrés Celsius.

III – Mise en œuvre d'un sonar simplifié



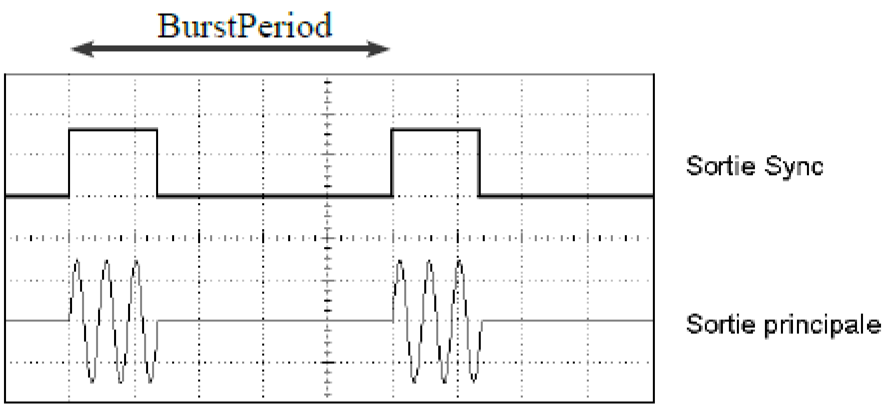
Un sonar de bateau est un dispositif dont le rôle est de mesurer la distance entre le bateau et un objet sous-marin (très souvent le fond de la mer : il mesure alors sa profondeur).

Son principe est la réception de l'onde réfléchie par l'objet : l'émetteur et le récepteur sont situés dans un boîtier, à côté l'un de l'autre.

- Exprimer la distance d entre l'objet et le bateau, en fonction du retard τ du signal reçu par rapport au signal émis.
- Pourquoi la mesure ne peut-elle pas être faite avec comme signal émis une onde progressive sinusoïdale ?

  (Pensez à ce qui a été observé dans la partie précédente.)
- On va utiliser le GBF en mode « Rafale » : sélectionner **Burst** sur la face avant du GBF.

  Schéma tiré de la documentation du GBF



Signal en rafale de trois cycles

> Fréquence du signal ultrasonore émis : réglée comme d'habitude (cliquer sur **Sin**)
> Nombre d'oscillations émises dans une rafale : fonction **#Cycles**
> Temps séparant le début d'une rafale avec le début de la suivante : fonction **BurstPeriod**

  Pour que cette fonctionnalité soit accessible, il faut régler le déclenchement (**Trigger**) en mode interne (**int**).

- On va utiliser le sonar fabriqué pour mesurer la distance entre le l'émetteur et le mur (ou l'écran en aluminium) : *estimer d'abord grossièrement cette distance*.

  En pratique, ne pas la choisir trop élevée pour obtenir un signal mesurable : maximum 50 cm.

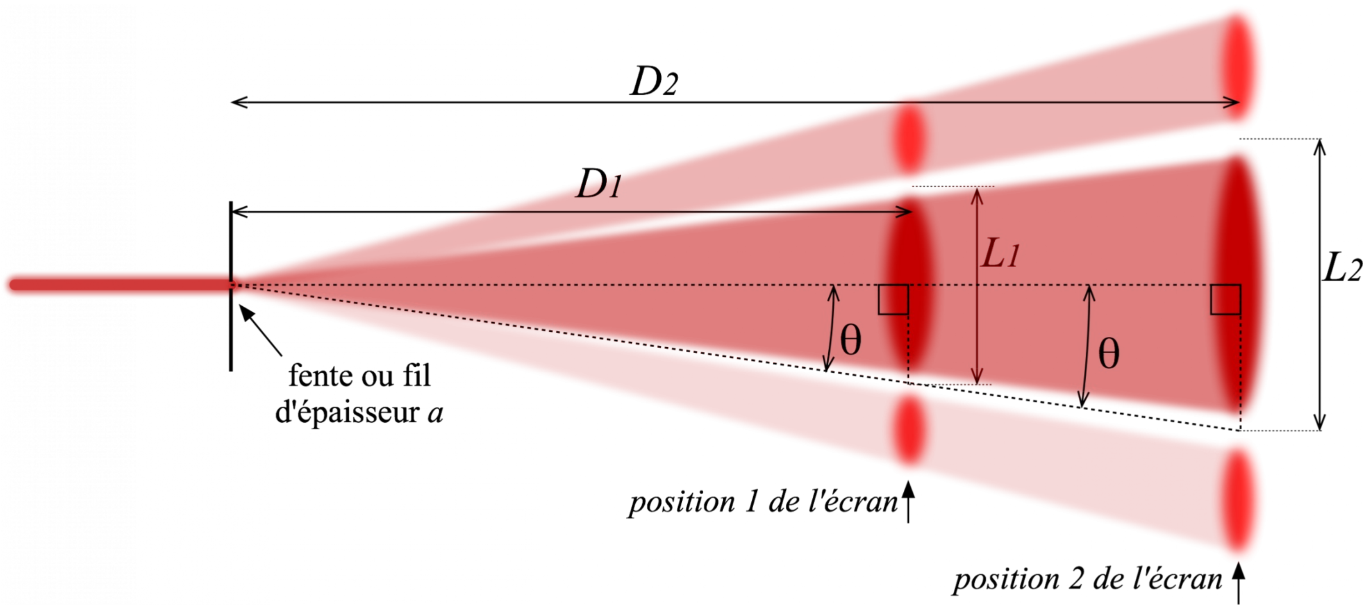
  En déduire comment il faut choisir **BurstPeriod** pour éviter les *problèmes de superposition* entre le signal émis et le signal reçu.

  On testera différentes valeurs pour le nombre de cycles, en choisissant celle qui donne le meilleur résultat.
- Rédiger, schématiser, faire l'expérience, vérifier la pertinence du résultat, estimer la précision de la mesure.

IV – Diffraction du son

- Régler la largeur de la fente verticale à environ $d = 1{,}5\lambda$ sur toute sa hauteur, et tracer l'amplitude du signal reçu en fonction de l'angle de diffraction, sur le plus grand domaine angulaire possible (si l'on peut, de -80° à +80°).
- Faire une seconde courbe pour $d = 3\lambda$.
- Observer ce qui se passe qualitativement, sans tracé, pour une largeur de fente de $0{,}8\lambda$.

La loi de la diffraction des ondes affirme que l'angle θ_D du premier minimum pour l'amplitude est tel que $\sin\theta_D = K\dfrac{\lambda}{d}$, où $K = 1$ pour les ouvertures rectangulaires ($K = 1{,}22$ pour les ouvertures circulaires), et *d* est la largeur de la fente (son diamètre si c'est un cercle).

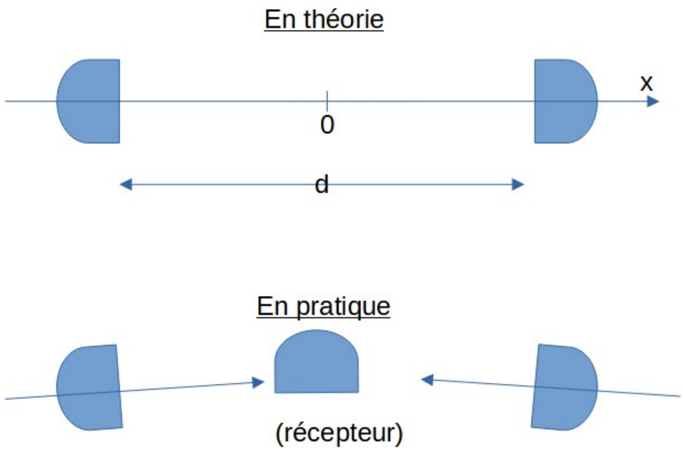


Vérifier l'accord expérimental avec la théorie.

Que prévoit l'expression théorique lorsque la fente est plus petite que la longueur d'onde ?

V – Interférences 1D : ondes stationnaires

- Revenir au mode sinusoïdal, et connecter le GBF aux deux émetteurs (en dérivation bien sûr, comme des appareils sur une prise électrique...) : ceux-ci émettent alors en phase.
- Les placer face à face, assez loin l'un de l'autre, avec un très léger angle (pour des raisons pratiques : pour que le récepteur reçoive quelque chose).
- En déplaçant le récepteur parallèlement à l'axe x, émetteurs fixes, déterminer la distance δ séparant deux positions d'interférences constructives (on définira la notion à partir des observations), avec la méthode la plus précise possible (cf II).
  Est-ce la longueur d'onde ?



Théorie

- En $x=0$, les interférences sont-elles constructives ou destructives ? Justifier rapidement (sans calcul).
  Si S est l'amplitude de chacune des ondes ultrasonores arrivant en M, quelle sera l'amplitude de l'onde résultante en $x=0$?

On considère un point M d'abscisse x, entre les 2 émetteurs.

- Quel est le déphasage $\varphi_{M/1}$ de l'onde reçue en M par rapport à celle émise par l'émetteur n°1, schématisé à gauche ?
  On pourra utiliser l'équation de l'onde sonore émise par cet émetteur $s_1(x,t)=S\cos(\omega t-kx+\varphi_1)$
- Quel est le déphasage $\varphi_{M/2}$ de l'onde reçue en M par rapport à celle émise par l'émetteur n°2, schématisé à droite ?
  On pourra utiliser l'équation de l'onde sonore émise par cet émetteur $s_2(x,t)=S\cos(\omega t+kx+\varphi_2)$, où le signe positif provient du fait que l'onde se dirige vers les $x<0$ (on peut considérer qu'elle a une célérité négative vers les $x>0$).
- Sachant que les deux émetteurs sont en phase, quel est le déphasage $\Delta\varphi$ de l'onde 2 reçue en M par rapport à l'onde 1 reçue en M ?
  Retrouver alors le résultat expérimental.
- D'après vous, pourquoi, lorsque M est suffisamment loin de O, l'amplitude n'est pas nulle lorsque les interférences sont destructives ?

Pour aller plus loin

- Obtenir la relation entre φ_1 et φ_2 pour que les deux émetteurs soient effectivement en phase. Remplacer alors φ_2 par son expression en fonction φ_1 .
- Écrire l'interférence en x comme l'addition des deux ondes reçues, et présenter le résultat comme le produit d'une fonction du temps seulement par une fonction de la position seulement : $s(x,t)=A\,f(x)g(t)$
- Déterminer théoriquement toutes les positions d'interférences destructives totales (s s'annule quel que soit t), ainsi que la distance qui sépare deux d'entre elles.