Arc-en-ciel

1. $\sin i = n \sin r \iff r = \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\sin i\right)$

$$\frac{dr}{di} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{n}\sin i\right)^2}} \cdot \frac{1}{n}\cos i \quad \text{avec} \quad \sin^2 i + \cos^2 i = 1$$

dérivée de Arcsin

donc $\dfrac{dr}{di} = \dfrac{1}{n}\sqrt{\dfrac{1-\sin^2 i}{1-\frac{1}{n^2}\sin^2 i}} = \sqrt{\dfrac{1-\sin^2 i}{n^2-\sin^2 i}}$

2. a. → Dans les 3 cas, on a $\alpha = r$, car triangle isocèle puisque la goutte est sphérique, de rayon R.

→ les angles de réflexion sont égaux aux angles d'incidence (loi de la réflexion)

→ le dernier angle dans la goutte, d'incidence pour la réfraction eau → air vaut donc r.

Comme $n \sin r = \sin i'$, i' angle d'émergence, on en déduit $\sin i' = \sin i$ donc $i' = i$

Conclusion
- Fig 1 : $\alpha = r$; $\beta = i$
- Fig 2 : $\alpha = \beta = \gamma = r$; $\delta = i$
- Fig 3 : $\alpha = \beta = \gamma = \delta = \varphi = r$; $\xi = i$

2. b. La réfraction en entrée conduit à $D = +i - r$

celle en sortie ———— $D = -r + i$

chaque réflexion ———— $D = \pi - 2r$

donc
- Fig 1 : $D = 2i - 2r$
- Fig 2 : $D = 2i - 2r + \pi - 2r = \pi + 2i - 4r$
- Fig 3 : $D = 2i - 2r + 2(\pi - 2r) = 2\pi + 2i - 6r$

2.c. On veut que $\frac{dD}{di} = 0$

Fig 1 : $\frac{dD}{di} = 2 - 2\frac{dr}{di}$: $\frac{dD}{di} = 0 \iff \sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2-\sin^2 i}} = 1$

évidemment impossible puisque $n > 1$.

Fig 2 : $\frac{dD}{di} = 0 \iff 2 - 4\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2-\sin^2 i}} = 0$

$\iff \sqrt{} = \frac{1}{2} \iff 4(1-\sin^2 i) = n^2 - \sin^2 i$

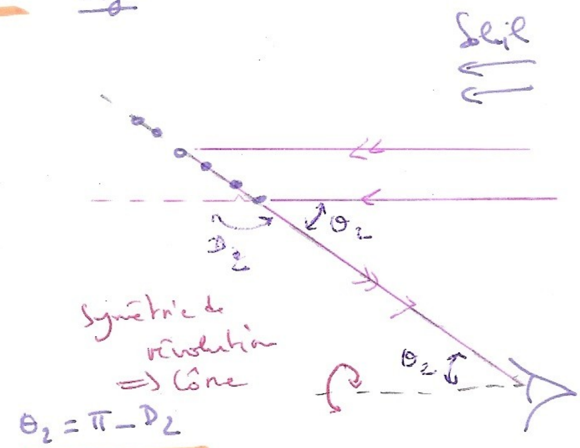
$\iff 4 - n^2 = 3\sin^2 i \iff \sin i = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$

Fig 3 : $\frac{dD}{di} = 0 \iff 2 - 6\sqrt{} = 0 \iff \sqrt{} = \frac{1}{3}$

$\iff 9(1-\sin^2 i) = n^2 - \sin^2 i$

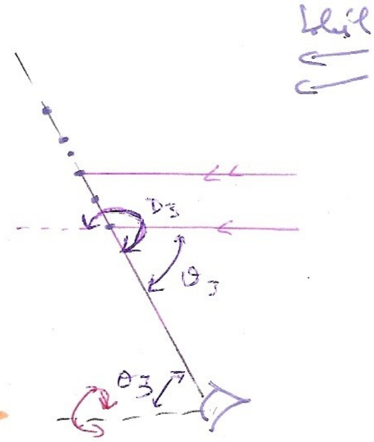
$\iff \sin i = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$

3. Fig 2



$\theta_2 = \pi - D_2$

Fig 3



$\theta_3 = D_3 - \pi$

position des gouttes pour avoir la bonne déviation.

4. Comme on doit avoir $\frac{dD}{di} = 0$, on reprend la 2.c. : $n \to i \to r$ (21.) $\to D \to \theta$

Angles (°)	i_2	r_2	D_2	θ_2	i_3	r_3	D_3	θ_3
Violet	58,75	39,48	139,58	40,41	71,50	44,85	233,87	53,87
Rouge	59,51	40,33	137,71	42,29	71,92	45,56	230,48	50,48

donc