

TD 22 – Conservation de l'énergie

1. Jouet à air comprimé

Une petite voiture contient un réservoir calorifugé et indéformable de $V = 0,5 \text{ L}$ plein d'air comprimé à la pression $P = 20 \text{ bar}$, et à la température $T_1 = 150^\circ\text{C}$. On assimilera l'air à un gaz parfait, même à cette pression, d'énergie interne $U = \frac{5}{2}nRT + U_0$ où U_0 est une constante.

La masse totale $m = 2,0 \text{ kg}$ de la voiture inclut celle de l'air dans le réservoir, et il n'y a pas de fuite d'air.

La température ambiante est de $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

On admet* qu'un dispositif sophistiqué, interne à la voiture, permet de convertir sans perte en énergie mécanique l'énergie interne de l'air chaud stocké, jusqu'à ce que sa température finale soit la température ambiante.

On lance la voiture à la main avec une vitesse $v_0 = 3,0 \text{ m/s}$, à partir de l'altitude nulle.

- Déterminer l'altitude h maximale que peut atteindre le jouet, donc en faisant l'hypothèse que les frottements du sol et de l'air sont négligeables.
- Comparer avec h_{mec} , altitude maximale atteinte avec les mêmes hypothèses, mais en faisant une étude mécanique seulement (ce qui revient à considérer l'ensemble du système comme un solide indéformable). Conclure.

* On verra plus tard que c'est théoriquement impossible : on ne peut pas tout convertir.

2. Transformation cyclique

On considère la transformation cyclique d'un gaz parfait $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ avec $A(P_0, V_0)$. On note la température initiale T_0 .

Le gaz n'a aucune énergie cinétique ni énergie potentielle, et le seul travail qui intervient est celui des forces de pression.

- Chauffage isochore jusqu'à $T_B = T_1 = 2T_0$
- Détente isotherme jusqu'à $P_C = P_0$
- Compression isobare jusqu'à $V_A = V_0$

- Déterminer P_B en fonction de P_0 , et V_C en fonction de V_0 , en construisant au fur et à mesure ce cycle sur le diagramme de Clapeyron (on tracera les portions non rectilignes au jugé).
- Calculer le travail W total reçu par le gaz.
Comment peut-on déterminer graphiquement le travail reçu pour une transformation cyclique quelconque (valeur et signe) ? rédiger avec soin la règle correspondante.
- De quoi dépend l'énergie interne U d'un gaz parfait ? En déduire sur le cycle la valeur de sa variation $\Delta_{A \rightarrow B \dots \rightarrow A} U$. Ce résultat est-il généralisable à toute transformation cyclique ?
- Que vaut le transfert thermique Q total ?
- Indiquer pour chaque étape, en l'indiquant à côté de chaque trajet, le signe de W , de Q et si U augmente, diminue ou reste constante (écrire $U \uparrow$, $U \downarrow$ ou $U =$).

Justifier toutes les affirmations.

3. Phase condensée

La capacité thermique d'une phase condensée idéale est modélisée dans la plage de températures considérée par $C = C_0 + \frac{a}{T} + bT$.

Exprimer sa variation d'énergie interne lorsque sa température passe de T_1 à T_2 .

4. Ballon de baudruche

Un ballon de baudruche sphérique rempli d'hélium ${}^4_2\text{He}$, oublié après une fête, gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,67$ est à tout instant en équilibre mécanique avec l'atmosphère à la pression $P_0 = 1,013 \text{ bar}$. Le ballon ne fuit pas.

À l'état initial, dans l'après-midi, la température est de $T_0 = 33^\circ\text{C}$ et le diamètre du ballon est $d_0 = 40 \text{ cm}$.

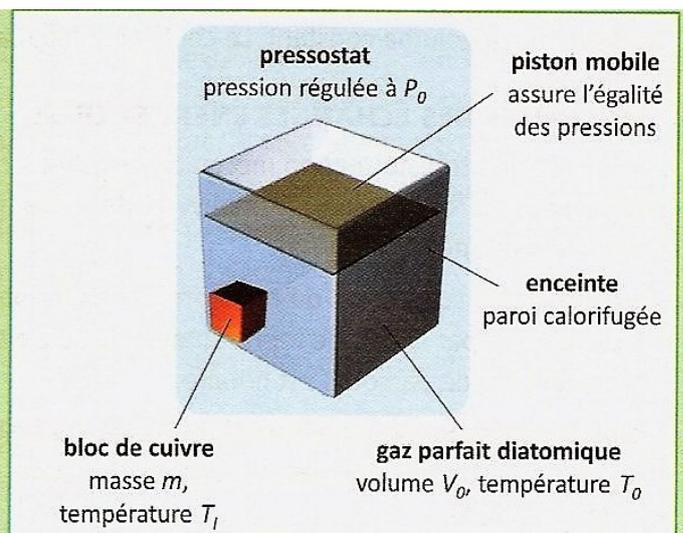
À l'état final, le lendemain matin, la température est $T_1 = 10^\circ\text{C}$.

- Exprimer puis calculer le diamètre d_1 du ballon.
- Déterminer le transfert thermique Q reçu par le ballon.
- Déterminer le travail qu'il a reçu et sa variation d'énergie interne.

5. Équilibre thermique d'un système

Une enceinte parfaitement calorifugée de capacité calorifique négligeable est fermée par un piston mobile placé au contact d'un pressostat à P_0 . On y place un gaz parfait diatomique à la température T_0 occupant un volume V_0 . On introduit également dans l'enceinte un bloc de cuivre assimilé à une P.C.I.I. de masse m , de capacité calorifique massique c et de masse volumique μ . La température initiale du bloc de cuivre est notée T_1

$$\begin{aligned} V_0 &= 20 \text{ L} & T_0 &= 21^\circ\text{C} & P_0 &= 10^5 \text{ Pa} \\ m &= 20 \text{ g} & \mu &= 8,96 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3} & T_1 &= 200^\circ\text{C} \\ R &= 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} & c &= 0,385 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \end{aligned}$$



- Caractériser la transformation subie par le gaz et le bloc de cuivre.
- Exprimer le travail W reçu par le système {gaz + cuivre} lors de son évolution. Vérifier le signe attendu pour ce travail.
- Déterminer la température finale du système. Comparer cette valeur avec celle obtenue à volume constant
- En déduire le bilan énergétique complet du gaz, du bloc de cuivre et du système total.
- Retrouver ce résultat en utilisant la fonction enthalpie.

6. Chute d'un piston

On considère un cylindre vertical de section S , enfermant un gaz parfait de coefficient γ donné. La fermeture est assurée par un piston étanche coulissant sans frottements.

On néglige la masse du piston, ainsi que son épaisseur.

L'ensemble {cylindre+gaz+piston} est plongé dans l'atmosphère, assimilée dans tout le problème à un pressostat* à la pression P_0 .

À l'état initial, la hauteur du gaz dans le système est H_0 et sa température est T_0 .

On note g l'intensité de la pesanteur.

- Calculer en fonction des données la quantité de matière n de gaz enfermé.
- En déduire les capacités thermiques C_V et C_P du gaz.

On étudie deux méthodes différentes utilisées pour comprimer le gaz.

Première méthode

On dépose une masse m sur le dessus du piston, très progressivement : cette masse est constituée de sable. Le cylindre a des parois diathermes, et la température de l'atmosphère est T_0 .

- Comment qualifier la transformation du point de vue de la thermodynamique ?
- Déterminer complètement l'état final du système : pression P_1 , température T_1 , hauteur du gaz H_1 .
- L'énergie interne du gaz a-t-elle été modifiée ?

Seconde méthode

On se replace dans les conditions du début, mais le piston et le cylindre sont maintenant calorifugés. Une masse m solide de dimension négligeable est brutalement posée sans vitesse sur le piston : c'est l'état initial.

- Comment qualifier la transformation du point de vue de la thermodynamique ?
- Déterminer la pression P_2 à l'état final. Comparer avec ce qui précède.

* système qui garantit une pression constante à sa frontière.

- Obtenir l'expression du rapport $\frac{T_2}{T_0}$ en fonction des rapports $\frac{P_2}{P_0}$ et $\frac{H_2}{H_0}$.

- On rappelle que l'atmosphère est modélisée par un pressostat.

Par application du premier principe sur le système {gaz+piston+masse}, démontrer que $C_V(T_2 - T_0) = P_2 S(H_0 - H_2)$.

- En déduire l'expression de H_2 en fonction de γ , H_0 et du rapport P_0/P_2 .

Justifier à partir de l'expression que $H_2 < H_0$.

- En déduire l'expression de T_2 en fonction de γ , T_0 et du rapport P_2/P_0 .

Comparer T_2 avec T_0 .

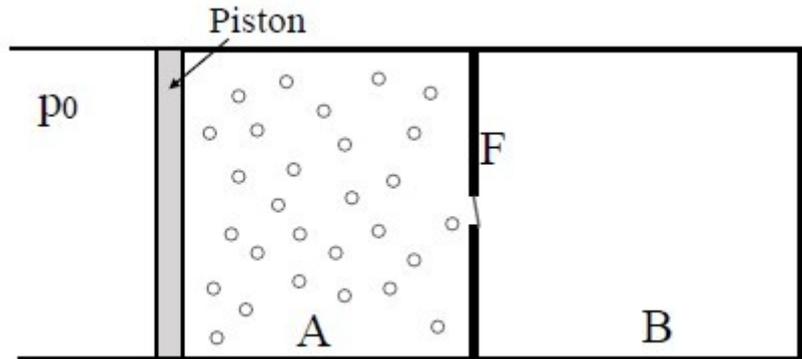
7. Détente brutale d'un gaz parfait

Un cylindre horizontal est fermé à l'une de ses extrémités par une paroi fixe et à l'autre l'extrémité par un piston de masse nulle qui peut coulisser sans frottement le long du cylindre.

Le cylindre est séparé en deux compartiments A et B par une seconde paroi fixe F.

Les parois du cylindre et le piston sont imperméables à la chaleur et de capacités calorifiques négligeables.

Sur la face extérieure du piston s'exerce la pression atmosphérique p_0 que l'on suppose uniforme et constante.



1. Dans la situation initiale le compartiment A de volume $V_A = V_0$ contient un gaz parfait de coefficient γ à la température T_0 , le compartiment B de volume V_B est vide. Exprimer le nombre n de moles dans le cylindre.
2. Le piston est susceptible de se déplacer rapidement. Démontrer qu'une hypothèse de l'énoncé concernant le piston garantit une pression à la frontière du système égale à p_0 .

Première transformation

On perce un orifice dans la paroi fixe F. Le volume V_B est suffisamment grand pour que la pression finale soit **strictement** inférieure à p_0 .

3. Où se trouve nécessairement le piston à l'équilibre final ?
4. Exprimer par deux méthodes différentes le travail W_1 échangé avec l'extérieur par le gaz. Dans l'une de ces méthodes, on reviendra à l'écriture des forces de pression.
5. En déduire que la température finale T_1 s'exprime par $T_1 = \gamma T_0$.
6. Exprimer ensuite la pression finale p_1 du gaz et le volume minimal $V_B = V_{Bm}$ pour que la pression finale reste inférieure à p_0 .

Deuxième transformation

On revient aux conditions initiales, et cette fois, le piston est bloqué. On perce un orifice dans la paroi F.

7. Quelle est la température finale d'équilibre T_2 ?