# TD 26 – Machines thermiques cycliques

#### 1. Un petit moteur

Un étudiant fabrique pour son TIPE un moteur fonctionnant entre de l'eau bouillante à pression atmosphérique, et l'atmosphère à 20°C.

Il ne peut espérer obtenir qu'un rendement r=10%, r étant défini comme le rapport de l'efficacité de son moteur sur l'efficacité de Carnot.

Combien cela va-t-il lui coûter en chauffage (en joules) pour produire un travail de 100 J?

#### 2. Augmentation du rendement de Carnot

Pour augmenter au mieux le rendement d'un moteur réversible, est-il préférable d'augmenter de 10 °C la température de la source chaude ou de diminuer de 10 °C celle de la source froide ?

### 3. Puissance fournie à un congélateur

Dans une pièce à  $T_0$ =20 °C, l'intérieur d'un congélateur est à T=-19 °C. Pour arriver à maintenir cette température, il est nécessaire d'enlever, par transfert thermique,  $400 \, \text{kJ/h} = |\mathring{Q}|$  à l'intérieur du congélateur. L'opération est supposée réversible.

- (a) Calculer le transfert thermique par heure  $\mathring{Q}_0$  fourni à la pièce par le congélateur.
- (b) Déterminer la puissance mécanique P à fournir au congélateur.

### 4. Réfrigérateur tritherme

- a) Rappeler le schéma de principe d'un réfrigérateur ditherme, alimenté par du travail.
- b) En camping, on utilise parfois des réfrigérateurs trithermes, où un bouilleur, assimilable à un thermostat à la température  $T_B$ , envoie au fluide du réfrigérateur un transfert thermique  $Q_B$  à la place du travail W.
  - Écrire les deux principes du réfrigérateur tritherme pour un cycle.
- c) Définir l'efficacité e de ce réfrigérateur. En éliminant l'un des transferts thermiques, obtenir son expression en fonction de trois températures différentes  $T_B$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ , de  $Q_B$  et de l'entropie créée à chaque cycle.
- d) En déduire son efficacité maximale en fonction des températures. Que peut-on dire du cycle machine si  $e=e_{max}$  ? A.N. pour  $T_B=150\,^{\circ}\text{C}$ ;  $T_1=8\,^{\circ}\text{C}$ ;  $T_2=25\,^{\circ}\text{C}$
- e) Comparer son efficacité maximale avec celle d'un réfrigérateur ditherme fonctionnant entre les mêmes températures.

# 5. Comparaison

Un moteur fonctionnant entre deux sources de chaleur, l'une à  $T_F$ =400 K , l'autre à  $T_C$ =650 K , produit 500 J=|W| par cycle, pour 1500 J=|Q\_C| de transfert thermique fourni.

- (a) Comparer son efficacité e à celle d'une machine de Carnot fonctionnant entre les deux mêmes sources. Conclure.
- (b) Calculer le transfert thermique  $Q_F$  reçu par le système provenant de la source froide.
- (c) Calculer l'entropie créée par cycle, notée  $S_c$ .
- (d) Montrer, pour une dépense identique, que la différence entre le travail fourni par la machine réelle et la machine de Carnot vérifie  $W_{\rm réel} W_{\rm rév} = T_f S_c$ .

### 6. Chauffage d'une serre



On souhaite maintenir la température d'une serre à  $T_1 = 293 \text{ K}$ . L'air extérieur est à la température  $T_2 = 283 \text{ K}$ . Dans ce but, on utilise une chaudière à la température  $T_3 = 600 \text{ K}$ .

On décide de ne pas utiliser directement la chaudière pour chauffer la serre mais le dispositif suivant : la chaudière fournit un transfert thermique  $Q_3 > 0$  à l'agent thermique d'un moteur réversible fonctionnant entre la chaudière à  $T_3$  et l'air extérieur à  $T_2$ . Le travail récupéré est utilisé pour actionner une pompe à chaleur réversible fonctionnant entre l'air extérieur à  $T_2$  et l'intérieur de la serre à  $T_1$ . On note  $T_2$  le transfert thermique algébrique de l'air extérieur vers l'agent thermique de la pompe.

- 1. Reporter sur un schéma de principe les différents échanges énergétiques algébriques en jeu lors du chauffage.
- **2.** Exprimer le travail algébrique W reçu par le moteur en fonction de  $Q_3$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .
- **3.** Exprimer le transfert thermique algébrique  $Q_1$  entre l'intérieur de la serre et l'agent thermique de la pompe en fonction de W,  $T_1$  et  $T_2$ .
- **4.** Définir puis exprimer l'efficacité e de l'ensemble du dispositif de chauffage en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

# 7. Moteur ditherme entre deux pseudo-sources

On dispose de deux récipients contenant chacun une masse  $m=10^3\,\mathrm{kg}\,$  d'eau liquide. L'un est à la température  $T_{1,0}=87\,^\circ\mathrm{C}$ , l'autre à la température  $T_{2,0}=7\,^\circ\mathrm{C}$ .

Chacun de ces récipients voit sa température varier et sert donc de « pseudo-source » à un moteur thermique <u>réversible</u>. Soient  $T_1$  et  $T_2$  les températures, variables, de chaque récipient.

Au cours d'un cycle de la machine, la variation de température de l'eau des récipients est supposée infinitésimale : on les note respectivement  $dT_1$  et  $dT_2$ .

On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c = 4,18 \,\mathrm{kJ.kg^{-1}}$ . K<sup>-1</sup>.

- (a)Relier les transferts thermiques infinitésimaux reçus par le fluide du moteur à chaque cycle,  $\delta Q_1$  et  $\delta Q_2$ , avec les variations de température des pseudo-sources et avec c.
- (b)Démontrer qu'on obtient  $\frac{dT_1}{T_1} + \frac{dT_2}{T_2} = 0$ .
- (c)En intégrant l'équation différentielle précédente entre l'état initial et l'état final à la température  $T_F$ , déterminer l'expression de  $T_F$  en fonction des données. AN.
- (d)Pourquoi le moteur cesse-t-il alors de fonctionner?
- (e)Effectuer un bilan énergétique sur l'ensemble du fonctionnement du moteur, obtenir notamment le travail qu'il fournit à l'environnement. Pourquoi est-ce un travail maximal ?

### 8. Congélateur en détresse

Un congélateur neuf a un coefficient d'efficacité e = 2,0. Un appareil dans lequel on a laissé s'accumuler une couche de glace a une efficacité réduite. On suppose que l'effet de la couche de glace est de multiplier par 2 l'entropie créée pour un même transfert thermique pris à la source froide. L'intérieur du congélateur est à  $-20^{\circ}$ C et la pièce dans laquelle il se trouve à  $19^{\circ}$ C.

- 1. Calculer numériquement  $\alpha$ , rapport entre l'efficacité du congélateur neuf et l'efficacité d'une machine réversible fonctionnant avec les mêmes sources.
- 2. Montrer que ce rapport devient, pour le réfrigérateur usagé :  $\alpha' = \frac{\alpha}{2-\alpha}$ . Calculer  $\alpha'$  et l'efficacité réduite e'.

# 9. Étude entropique d'une machine frigorifique

- 1. On considère un point  $A_0$  de la courbe d'ébullition à la température  $T_0$ . On note l'entropie massique du fluide en ce point  $s_0$ .
  - a) Quel est l'état du fluide en  $A_0$ ?
  - b) Représenter en coordonnées P, v la courbe de saturation ainsi que les isothermes d'Andrews  $T_C$ ,  $T_0$  et  $T_1$  telles que  $T_0 < T_1 < T_C$ .
  - c) Évaluer, en fonction de  $s_0$  et des températures, l'entropie massique du fluide au point  $A_1$  de la courbe d'ébullition à  $T_1$  en supposant la capacité thermique massique  $c_L$  du liquide constante le long de la courbe d'ébullition.
  - d) À partir de  $A_0$ , on effectue une vaporisation isotherme jusqu'au point  $M_{(x)}$  où x est le titre massique en vapeur. On note  $l_0$  l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau à  $T_0$ . Déterminer l'entropie massique  $s_{0,x}$  du fluide en  $M_{(x)}$ .
- 2. On considère le cycle de transformations réversibles *DABCD* réalisé à partir du point *D* sur la courbe de rosée.
  - DA: liquéfaction isotherme complète à la température  $T_1$
  - AB: détente adiabatique jusqu'à la température  $T_0$  et un titre en vapeur  $x_B$
  - BC: vaporisation isotherme jusqu'au titre en vapeur  $x_C$  défini par:
  - CD: compression adiabatique C est sur l'adiabatique passant par D
  - a) Représenter le cycle sur le diagramme P, v
  - b) Calculer les titres  $x_B$  et  $x_C$  en fonction de  $c_L$ ,  $T_0$ ,  $T_1$  et des enthalpies massiques de vaporisation  $l_0$  et  $l_1$ .
  - c) Calculer les échanges thermiques  $Q_0$  et  $Q_1$  lors des transformations BC et DA.
  - d) Calculer le travail total *W*, grâce au premier principe.
  - e) Définir, exprimer en fonction des données, puis calculer numériquement l'efficacité de la machine frigorifique :  $T_0$ =-5°C et  $T_1$ =11°C .

#### 10. Chauffage d'une serre

Un dispositif plus performant?

Reprendre ce problème (exo 6) et conclure, avec comme seule différence le moteur fonctionnant entre la chaudière <u>et la serre</u>, dans le but de récupérer son transfert thermique vers la source froide pour chauffer la serre.



On souhaite maintenir la température d'une serre à  $T_1 = 293 \text{ K}$ . L'air extérieur est à la température  $T_2 = 283 \text{ K}$ . Dans ce but, on utilise une chaudière à la température  $T_3 = 600 \text{ K}$ .

On décide de ne pas utiliser directement la chaudière pour chauffer la serre mais le dispositif suivant : la chaudière fournit un transfert thermique  $Q_3 > 0$  à l'agent thermique d'un moteur réversible fonctionnant entre la chaudière à  $T_3$  et l'air extérieur à  $T_2$ . Le travail récupéré est utilisé pour actionner une pompe à chaleur réversible fonctionnant entre l'air extérieur à  $T_2$  et l'intérieur de la serre à  $T_1$ . On note  $T_2$  le transfert thermique algébrique de l'air extérieur vers l'agent thermique de la pompe.

- 1. Reporter sur un schéma de principe les différents échanges énergétiques algébriques en jeu lors du chauffage.
- **2.** Exprimer le travail algébrique W reçu par le moteur en fonction de  $Q_3$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .
- **3.** Exprimer le transfert thermique algébrique  $Q_1$  entre l'intérieur de la serre et l'agent thermique de la pompe en fonction de W,  $T_1$  et  $T_2$ .
- **4.** Définir puis exprimer l'efficacité e de l'ensemble du dispositif de chauffage en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

# 11. Cycle machine

On considère le cycle suivant, suivi par une quantité n d'air :  $F \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F$ , où

- $F \rightarrow B$  est une compression adiabatique réversible ;
- $B \rightarrow C$  est une isobare monotherme à la température  $T_c$ , température finale de cette transformation ;
- $C \rightarrow F$  est une isochore monotherme à  $T_F$ , température finale.

On note  $a = \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}}$  le rapport de compression du cycle.

- 1. Tracer l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron, en déduire la nature de la machine et donner son schéma de principe.
- 2. Calculer  $T_C$  et  $T_B$  en fonction de a,  $\gamma$  et  $T_F$ . Identifier les étapes du cycle où ont lieu les transferts  $Q_C$  et  $Q_F$ .
- 3. Obtenir l'efficacité e de la machine en fonction de a et de y.
- 4. Prouver que  $\forall \gamma$ , a>1, e est inférieure à l'efficacité de Carnot.
- 5. Expliquer l'origine de la différence ; affiner en déterminant l'entropie créée par cycle.