

**Qualité de l'air dans l'habitat CCINP PC 2023**

Q11. Voir cours : points triple et critique.

Q12. Il n'y a que de l'eau et de l'air sec, donc  $p_o = p_e + p_{as}$ , pression totale somme des pressions partielles.

On trouve  $p_e = \varphi p_{e,sat} = 1,256 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ , et on peut appliquer la loi des GP sur l'eau vapeur  $n_e = \frac{p_e V}{RT} = 26,0 \text{ mol}$

On en déduit la masse d'eau  $m_e = n_e M_e = 468 \text{ g}$ .

De même pour l'air, avec  $p_{as} = p_o - p_e$ , très voisine de  $p_o$  (on peut faire l'approximation) :  $n_{as} = \frac{p_{as} V}{RT} = 2030 \text{ mol}$ , puis la masse d'air  $m_{as} = n_{as} M_{as} = 58,9 \text{ kg}$  (retenir environ 1kg par mètre cube pour l'air).

Finalement  $\frac{m_e}{m_{as}} = 0,795\%$

Q13. On peut affirmer qu'il manque 45 % d'humidité (mais c'est limite, lié à une proportionnalité pas rédigée) :

calculons plutôt la quantité d'eau vapeur à l'état final :  $n_{e,sat} = \frac{p_{e,sat} V}{RT} = 47,3 \text{ mol}$ .

La quantité d'eau vaporisée est donc  $n_{e,vap} = n_{e,sat} - n_e = 21,3 \text{ mol}$ , donc une masse d'eau  $m_{e,vap} = 383 \text{ g}$  et un volume de liquide vaporisé égal à  $V_{e,vap} = \frac{m_{e,vap}}{\rho_e} = 0,383 \text{ L}$  car  $\rho_e = 1,0 \text{ kg/L}$ .

Q14. Bilan similaire à celui de l'entropie, puisqu'il y a un terme de création : algébriquement, la variation de la masse d'eau dans la pièce est celle entrante plus celle ajoutée par les personnes dans la pièce (« créée »).

Pendant la durée  $\delta t$ , il entre dans la pièce le volume d'air  $\delta V_{air,in} = D_V \delta t$ , donc la masse d'eau  $\delta m_{e,in} = C_{ext} D_V \delta t$ , et, de la même façon, quitte la pièce la masse d'eau  $\delta m_{e,out} = C(t) D_V \delta t$ .

La masse d'eau échangée (comptée positivement si entrante) est donc  $\delta m_{e,éch} = \delta m_{e,in} - \delta m_{e,out} = (C_{ext} - C(t)) D_V \delta t$ .

La masse d'eau « créée » dans la pièce est  $\delta m_{e,créée} = S \delta t$ , d'après la définition de  $S$ .

La masse d'eau dans la pièce à la date  $t$  est  $m(t) = C(t) V$ , où  $V$  est le volume de la pièce. On dérive pour obtenir sa variation (et une ED)  $\frac{dm}{dt} = \frac{dC}{dt} V$ , soit  $dm = \frac{dC}{dt} V \delta t = \frac{dC}{dt} V \delta t$ .

Le bilan est donc  $dm = \delta m_{e,créée} + \delta m_{e,éch}$  soit  $\frac{dC}{dt} V \delta t = (C_{ext} - C(t)) D_V \delta t + S \delta t$ , d'où l'équation différentielle

linéaire d'ordre 1 :  $V \frac{dC}{dt} + D_V C = D_V C_{ext} + S$ .

En régime stationnaire (constant), on raye les dérivées temporelles, donc  $D_V C_\infty = D_V C_{ext} + S$ , donc  $D_V = \frac{S}{C_\infty - C_{ext}}$ ,

fonction décroissante de  $C_\infty$  : si l'on souhaite  $C_\infty \leq C_{lim}$ , il faut donc  $D_V \geq D_{V,m} = \frac{S}{C_{lim} - C_{ext}}$ .

Q15. Simple application numérique :  $D_{V,m} = 100 \text{ m}^3/\text{h}$ , assez difficile à interpréter, mais  $D_{V,m} = 1,67 \text{ m}^3/\text{min}$ , plutôt élevé, il vaut mieux ne pas faire entrer un air trop froid (VMC double flux : l'air entrant est préchauffé par contact thermique, sans échange de matière, par l'air chaud sortant)...

**Adiabatiques du GP**

1 à 5. cf cours

6. On passe Laplace en contrôle  $TV$  :  $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$  (on reprend ce qui a été obtenu question précédente), ce qui

permet d'écrire la variation d'entropie comme  $\Delta S = C_V \ln \left( \frac{T_F V_F^{\gamma-1}}{T_I V_I^{\gamma-1}} \right)$ .

Lorsque la transformation adiabatique est réversible, elle vérifie la loi de Laplace, donc  $TV^{\gamma-1} = T_o V_o^{\gamma-1}$ .

Lorsque la transformation est brutale, on a alors  $S_{\text{créée}} > 0$ , avec  $S_{\text{échangée}} = \int_{\text{transfo}} \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}} = 0$  puisque la transformation est adiabatique, donc  $\Delta S = S_{\text{échangée}} + S_{\text{créée}} > 0$ . On en déduit d'après son expression que  $T' V'^{\gamma-1} > T_0 V_0^{\gamma-1}$ .  
 En faisant le rapport des deux expressions obtenues (où tout est positif), on trouve que  $T' > T$ .

Pour un gaz parfait, l'énergie interne  $U$  ne dépend que la température et est une fonction croissante de celle-ci :  $\Delta U = C_V \Delta T$ . On en déduit qu'à l'état final  $U' > U$ .

D'après le premier principe, on a  $\Delta U = W$ , puisque la transformation est adiabatique : il a fallu fournir un travail plus élevé lors de la transformation brutale pour atteindre le même volume final que dans la transformation infiniment lente. C'est logique : lors d'une compression brutale, il y a une accumulation de molécules au voisinage du piston, donc une surpression locale ; le déplacement étant le même, le travail des forces de pression est plus élevé.

7. `tList = [ tMax/N*i for i in range(N)]`

8. Le vecteur contient la fonction et sa dérivée première, pour pouvoir résoudre une ED d'ordre 2

`Y0 = (x0, v0)` tuple (liste non modifiable), avec ou sans parenthèses, ou avec des crochets (liste).

9. On récupère les coordonnées du vecteur d'abord

`def Fpiston (Y,t) :`

`x, v = Y`

`acc = P0*S/m*((v0/(v0+S*x))**gam-(v0/(v0-S*x))**gam)`

`return (v, acc)`

10. On peut aussi utiliser les indices 0 et 1 sur `couple` (ou même se passer de cette variable et produire un code sur une seule ligne).

`for i in range(N) :`

`couple = resultat[i]`

`xList[i],vList[i] = couple`

## Moteur Diesel

1.1. L'énoncé parle de l'évolution  $E \rightarrow A$ , ce qui donne le sens de parcours.

De plus, il s'agit d'un moteur, par définition de travail négatif à chaque cycle : le travail de pression (c'est le seul type de travail ici) étant l'opposé de l'aire algébrique sous les courbes des transformations, le cycle doit être décrit dans le sens horaire.

1.2. Il y a combustion du carburant lors des étapes  $B \rightarrow C$  et  $C \rightarrow D$  : les transferts thermiques correspondants sont donc positifs (on fait comme s'ils provenaient de sources extérieures : système fermé équivalent).

Lors de l'étape  $E \rightarrow A$ , il y a refroidissement isochore (rappel : les isothermes sont des fonctions inverse imbriquées les unes dans les autres – ou encore on constate que  $p$  diminue à volume constant, donc  $T$  diminue) sans travail, donc l'énergie interne  $U$  diminue :  $Q_{EA} < 0$ .

1.3. La transformation  $B \rightarrow C$  étant isochore, le travail est nul : le premier principe général simplifié s'écrit alors  $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = m c_V (T_C - T_B)$ .

De même,  $Q_{EA} = m c_V (T_A - T_E)$ .

La transformation  $C \rightarrow D$  étant isobare, on applique le premier principe isobare simplifié, ce qui donne  $Q_{CD} = \Delta H_{CD} = m c_P (T_D - T_C)$ .

2.1. Le transfert utile, définissant le rôle de la machine est bien le travail fourni ; ce qui est facturé, c'est le combustible, donc les transferts thermiques reçus lors de la combustion : on retrouve la définition de l'efficacité.

2.2. D'après le premier principe machine ( $\Delta U_{\text{cycle}}=0$ ), on a  $-W=Q_{BC}+Q_{CD}+Q_{EA}$  car les autres transferts thermiques sont nuls (transformations adiabatiques).

On en tire  $r_{\text{th}}=1+\frac{Q_{EA}}{Q_{BC}+Q_{CD}}$ , où  $m$  se simplifie et  $c_V$  aussi en utilisant la définition du coefficient adiabatique  $\gamma$  du gaz :  $r_{\text{th}}=1+\frac{T_A-T_E}{(T_C-T_B)+\gamma(T_D-T_C)}$

2.3. Le cycle étant supposé réversible, on peut appliquer la loi de Laplace  $pV^\gamma=cte$  sur les adiabatiques.

**Détermination de  $T_B$**  : le rapport des volumes étant donné, on passe en contrôle  $(T,V)$  :  $T_B=a^{\gamma-1}T_A$

**Détermination de  $T_C$**  : on sort d'une transformation isochore, et le rapport des pressions est donné car  $p_C=p_D$ . La loi des GP donne  $T_C=dT_B=a^{\gamma-1}dT_A$

**Détermination de  $T_D$**  : idem sur l'isobare, on obtient facilement que  $T_D=cT_C=a^{\gamma-1}c dT_A$  :

**Détermination de  $T_E$**  : Laplace en contrôle  $(T,V)$  sur  $D \rightarrow E$ , mais un peu plus délicat car le rapport des volumes n'est pas donné directement.

Cependant  $\frac{V_D}{V_A}=\frac{V_D}{V_C}\frac{V_B}{V_A}=\frac{c}{a}$  ; on en déduit  $T_E=\left(\frac{c}{a}\right)^{\gamma-1}a^{\gamma-1}c dT_A=c^\gamma dT_A$ .

On obtient finalement en simplifiant  $r_{\text{th}}=1+a^{1-\gamma}\frac{1-c^\gamma d}{d[\gamma(c-1)+1]-1}$  (avec le numérateur négatif car  $T_A < T_E$ ).

3.1. On a la quantité d'air dans le cylindre  $n_{\text{air}}=\frac{p_A V_A}{RT_A}$ , avec  $m_{\text{air}}=n_{\text{air}}M_{\text{air}}$ , et il faut exprimer le volume en fonction de la cylindrée :  $B=V_A-V_B=V_A\left(1-\frac{1}{a}\right)$ , donc  $m_{\text{air}}=\frac{p_A B}{rT_A}\frac{a}{a-1}$ .

Note : comme il est difficile de distinguer  $\alpha$  de  $a$ , on note  $\beta$  le rapport de la masse de combustible sur celle de l'air.

3.2. La masse de carburant brûlé à  $V$  constant est  $\frac{k_V}{100}(\beta m)$ , donc  $Q_{BC}=\eta\frac{k_V}{100}\beta m$ .

3.3. On a obtenu auparavant  $Q_{BC}$  et  $T_B$ , donc  $T_C=a^{\gamma-1}T_A+\eta\frac{k_V}{100}\frac{\beta}{c_V}$

Comme on est sur l'isochore, on a  $p_C=p_B\frac{T_C}{T_B}=p_B a^{1-\gamma}\frac{T_C}{T_A}$  ; pour obtenir  $p_B$ , on utilise encore loi de Laplace sur

$A \rightarrow B$ , soit  $p_C=a p_A\frac{T_C}{T_A}$

3.4. Idem qu'au 3.2. :  $Q_{CD}=\eta\left(1-\frac{k_V}{100}\right)\beta m$ , puisqu'on brûle tout le reste du carburant.

3.5. En raisonnant comme au 3.3., on obtient  $T_D=T_C+\eta\left(1-\frac{k_V}{100}\right)\frac{\beta}{c_P}$ .

4.1. La pression maximale étant égale à  $p_C$ , la condition devient, à l'aide de la deuxième expression du 3.3. :

$T_C < \frac{65}{a}T_A$ , soit, avec  $c_V=\frac{c_P}{\gamma}$ ,  $k_V < 21,43$  (qui doit bien sûr être compris entre 0 et 100).

4.2.

- Avec la cylindrée :  $V_A=3,214\text{L}$  et  $V_B=0,214\text{L}$ .
- On a  $T_A=338,15\text{K}$  et  $T_B=972\text{K}=699^\circ\text{C}$ .  $T_C$  s'obtient avec l'expression 3.3. :  $T_C=1\,465\text{K}=1\,192^\circ\text{C}$ , puis  $T_D$  avec la 3.5. :  $T_D=2\,766\text{K}=2\,492^\circ\text{C}$ .
- On obtiendra  $T_E$  après l'obtention des rapports.
- Pour déterminer  $c$ , c'est avec l'isobare :  $c=\frac{V_D}{V_C}=\frac{T_D}{T_C}=1,887$

- On trouve  $d$  avec l'isochore :  $d = \frac{p_C}{p_B} = \frac{T_C}{T_B} = 1,507$
- $T_E = c^{\gamma} d T_A = 1232 \text{ K} = 959^{\circ}\text{C}$
- On en déduit  $b$  avec la loi de Laplace, maintenant que  $T_E$  est connue :  $b = 7,948$

4.3. On calcule  $r_{\text{th}} = 0,611$ .

Pour déterminer la puissance, il faut obtenir le travail fourni. Par définition de l'efficacité, on a  $-W = r_{\text{th}} (Q_{\text{BC}} + Q_{\text{CD}})$

On peut faire le calcul (1.3.) avec les grandeurs massiques :  $q_{\text{BC}} = 361,8 \text{ kJ/kg}$  et  $q_{\text{CD}} = 1326,2 \text{ kJ/kg}$ , ce qui donne  $|w| = 1032 \text{ kJ/kg}$ . On calcule la masse d'air :  $m = 3,312 \text{ g}$ , donc  $|W| = 3418 \text{ J}$ .

Comme le moteur tourne à 2300 trs/min, il y a 1150 cycles/min soit 19,17 cycles/s ; la durée d'un cycle est l'inverse :  $\Delta t_{\text{cycle}} = 52,17 \text{ ms}$  et  $P_{\text{cyl}} = 65,51 \text{ kW}$  par cylindre, donc 6 fois plus pour le moteur :  $P = 393,0 \text{ kW}$ .

cf énoncé : « B, pour un cylindre, ... » qui a été souligné.

### Optique d'un périscope ENAC Pilotes 2024

1. L'objet étant supposé à l'infini, et l'œil emmétrope, le périscope conjugue l'infini avec l'infini :  $A_{\infty} \rightarrow A_1 = F'_1 = F_2 \rightarrow A'_{\infty}$ .

Comme  $e = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F_2 O_2}$ , donc  $e = f'_1 + f'_2$  car  $\overline{F_2 O_2} = \overline{O_2 F'_2}$ . **Réponse D.**

2. Le point objet  $A_1$  de  $L_2$  était auparavant sur le foyer objet  $F_2$  pour que son image soit à l'infini.

Comme on a réduit la distance entre les deux lentilles,  $A_1$  se trouve maintenant après  $F_2$  :  $\overline{F_2 A_1} > 0$ , il vaut exactement  $+\varepsilon$ .

D'après la conjugaison de Newton, on a  $\overline{F'_2 A'} = -\frac{f'^2}{\varepsilon}$  qui est négatif,  $A'$  se trouve loin avant  $F'_2$  car  $\varepsilon$  est petit : l'image est donc virtuelle, et l'œil peut la voir en accommodant un peu. **Réponses B et C.**

3. Les miroirs plans ne font que tourner l'axe optique, on a donc  $\overline{O_1 A} = -(d+a+b)$ .

La relation de conjugaison de Descartes est donc  $\frac{1}{p'_1} = \frac{-1}{d+a+b} + \frac{1}{f'_1}$  : la mise au même dénominateur suivi de l'inverse aboutit à la **Réponse A.**

4. On a  $\gamma = \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}}$ , donc  $\frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{p'_1}{-(d+a+b)}$  : **Réponse D.**

5. L'œil voit l'image en direct, on a alors  $\tan \theta \approx \theta = \frac{1 \text{ mm}}{25 \text{ cm}} = 4 \times 10^{-3} \text{ rad}$  : **Réponses B et D**, car le pourvoir séparateur de l'œil est voisin de  $3 \times 10^{-4} \text{ rad}$ .