A – La qualité de l'air dans l'habitat (CCINP PC) – 4 pts

La notion de confort dans l'habitat caractérise, pour un individu donné, son état de satisfaction avec les conditions d'environnement. Indépendamment des conditions propres à l'individu que sont son métabolisme, son activité, son habillement et sa santé, il est reconnu que quatre paramètres influencent le confort : l'environnement thermique, l'éclairage, la protection acoustique et, enfin, la qualité de l'air dont on propose l'étude dans ce sujet.
On étudiera ainsi dans la **partie I** un système de ventilation mécanique visant à renouveler l'air dans l'habitat. On réalisera dans la **sous-partie I.1** un bilan général d'énergie pour un fluide en écoulement stationnaire, avant d'analyser le principe d'une ventilation mécanique contrôlée à double flux en **sous-partie I.2**. Dans la **partie II**, on s'intéressera à l'humidité de l'air dans l'habitat avec quelques généralités sur l'air humide en **sous-partie II.1**, puis la description du fonctionnement d'un hygromètre capacitif en **sous-partie II.2**. Enfin, on abordera la problématique de la nuisance sonore liée aux systèmes de renouvellement d'air dans la **partie III**. On détaillera à cet effet le principe de la correction acoustique d'une pièce d'habitation en **sous-partie III.1**, puis celui d'un silencieux à résonateur de Helmholtz en **sous-partie III.2**.

Données

- Masse molaire de l'air sec : $M_{as} = 29\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'eau : $M_e = 18\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}3\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Rapport entre les capacités thermiques à pression et volume constants d'un gaz parfait diatomique pour les températures considérées : $\gamma = 1{,}4$
- Pression atmosphérique : $p_0 = 1{,}0\cdot10^5\ \text{Pa}$
- Masse volumique de l'eau liquide pour les températures considérées : $\rho_e = 1{,}0\cdot10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Le **débit volumique** d'un fluide D_V s'exprime en m^3/s : c'est le volume de fluide qui passe par unité de temps.

Partie II - L'humidité de l'air dans l'habitat

L'humidité de l'air d'une pièce doit être contrôlée. Trop grande, elle peut en effet favoriser le développement de moisissures, bactéries, acariens, mais aussi provoquer la dégradation de certains matériaux.

II.1 - L'air humide

L'air sec ne contient pas de vapeur d'eau. C'est un mélange de gaz, de proportions connues et invariables, principalement du diazote et du dioxygène. Un mélange d'air sec, de masse molaire M_{as} et de pression partielle p_{as}, et de vapeur d'eau, de masse molaire M_e et de pression partielle p_e, est qualifié d'air humide. Ce mélange sera considéré par la suite comme un mélange idéal de gaz parfaits.

L'air humide est caractérisé à la température T par son degré hygrométrique φ ou humidité relative : $\varphi = \dfrac{p_e}{p_{e,sat}(T)}$ où $p_{e,sat}(T)$ est la pression de vapeur saturante (pression d'équilibre liquide-vapeur) de l'eau pure à la température considérée.

Q11. Représenter l'allure du diagramme des phases pression-température du corps pur "eau". Y indiquer le domaine de chaque phase en présence. Définir avec précision les deux points caractéristiques qui y figurent.

L'air d'une cuisine hermétiquement close, de volume $V = 50\ \mathrm{m}^3$, est à la pression atmosphérique p_0 et à la température $T = 293\ \mathrm{K}$. À cette température, la pression de vapeur saturante de l'eau est égale à $2{,}3 \cdot 10^3$ Pa. Le degré hygrométrique de l'air dans cette pièce est de 55%.

Q12. Rappeler la relation entre p_0 et les pressions partielles p_e et p_{as}.
Calculer les masses m_e de vapeur d'eau et m_{as} d'air sec dans la pièce. En déduire la valeur de l'humidité spécifique ϕ de l'air de la pièce, exprimée en kg d'eau par kg d'air sec et définie par : $\phi = \dfrac{m_e}{m_{as}}$.

Q13. On porte à ébullition un récipient rempli d'eau. Calculer le volume V_e d'eau à évaporer pour saturer en humidité l'air de la cuisine, c'est-à-dire atteindre un degré hygrométrique de 100%. On négligera l'augmentation de la température de l'air de la cuisine.

On considère maintenant que la cuisine de volume V est dotée d'un système de renouvellement d'air. L'air est supposé homogène dans la pièce, avec à l'instant t une concentration massique en vapeur d'eau $C(t)$ uniforme (exprimée en kg d'eau par m³ d'air). De l'air extérieur neuf, de concentration massique en vapeur d'eau C_{ext} constante, entre dans la cuisine avec un débit volumique D_v, tandis que de l'air vicié de concentration massique $C(t)$ sort de la cuisine avec le même débit. Les personnes présentes dans la cuisine et leurs activités sont une source de vapeur d'eau. On note S le taux de création de vapeur d'eau dans la pièce, c'est-à-dire la masse de vapeur d'eau créée par unité de temps.

Q14. Établir une équation différentielle vérifiée par $C(t)$ à partir d'un bilan de masse entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$ pour la vapeur d'eau dans l'air de la cuisine.
En déduire que le débit volumique minimal nécessaire pour maintenir une concentration en vapeur d'eau sous une valeur limite C_{lim} s'écrit en régime stationnaire : $D_{v,m} = \dfrac{S}{C_{lim} - C_{ext}}$.

Q15. L'air extérieur, de température égale à 5 °C, a un degré hygrométrique de 100%, soit une concentration massique en vapeur d'eau $C_{ext} = 7{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Le taux de création de vapeur d'eau dans la cuisine est $S = 0{,}30\ \mathrm{kg \cdot h^{-1}}$. Pour l'air dans la cuisine, de température égale à 20 °C, on souhaite ne pas dépasser un degré hygrométrique de 60%, soit une concentration massique en vapeur d'eau $C_{lim} = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Calculer le débit volumique minimal nécessaire $D_{v,m}$.

B – Adiabatiques du gaz parfait – 4 pts

I – Cours et interprétation entropique

On rappelle que la capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait est donnée par $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$ où γ est le coefficient adiabatique du gaz.

On supposera ici que le seul travail reçu par le gaz est celui des forces de pression et que son énergie mécanique ne varie pas.

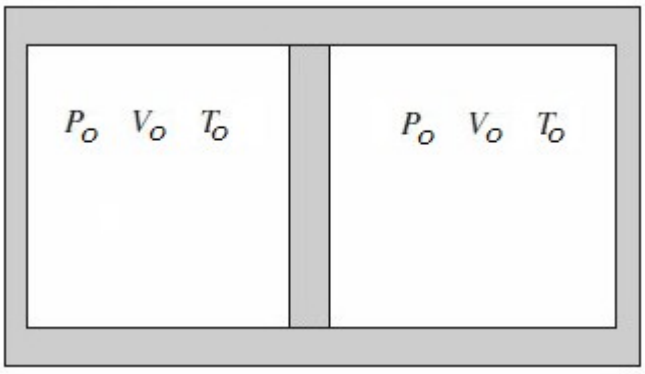
1. Rappeler la définition du coefficient adiabatique γ.
   Citer sans démonstration la relation permettant d'obtenir cette expression de C_V.
2. Rappeler la définition générale, comme dérivée partielle, de la capacité thermique à volume constant d'un système quelconque. En déduire la différentielle dU dans le cas d'un gaz parfait.
3. Rappeler sans démonstration l'expression générale reliant le travail élémentaire de pression δW_{pr} avec la variation infinitésimale du volume du système.
4. Définir l'adjectif « adiabatique » avec une équation concernant une grandeur thermodynamique, et expliquer comment on peut obtenir expérimentalement une telle transformation.
5. À partir des résultats précédents, démontrer qu'une transformation adiabatique **réversible** d'un gaz parfait vérifie la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{cte}$.
6. On rappelle que la variation d'entropie d'un gaz parfait est donnée par $\Delta S = C_V \Delta[\ln(PV^\gamma)]$.

   On considère un gaz parfait initialement de volume V_0 et de température T_0 que l'on comprime grâce à une transformation adiabatique jusqu'à un état final d'équilibre de volume *V*. On note *T* sa température finale lorsque la compression est réversible, et *T'* lorsqu'on procède à une compression adiabatique brutale (le volume final est le même que précédemment).

   En utilisant l'expression fournie pour la variation d'entropie du gaz, déterminer laquelle des deux températures, *T* ou *T'*, est la plus élevée.

   Justifier le résultat obtenu avec le premier principe de la thermodynamique et une explication microscopique de l'irréversibilité.

II – Programmation Python : petites oscillations adiabatiques réversibles



Dans ce dispositif, les deux gaz sont dans le même état initial ; voir la figure ci-contre.

Le piston de masse *m* a une section (aire) *S*, et l'on repère son mouvement par son abscisse *x*, le zéro de l'axe étant situé à la position d'équilibre du piston.

En supposant les oscillations réversibles autour de l'équilibre, on montre que l'abscisse du piston vérifie l'équation différentielle suivante

$m\ddot{x} = P_0 S\left[\left(\frac{V_0}{V_0 + Sx}\right)^\gamma - \left(\frac{V_0}{V_0 - Sx}\right)^\gamma\right]$ et la linéarisation de cette équation conduit à des oscillations harmoniques de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{2\gamma P_0 S^2}{m V_0}}$, ce qui permet d'obtenir une date maximale pertinente pour tracer l'évolution de l'abscisse $x(t)$: $t_{max} = \frac{10}{\omega_0}$.

Dans le fichier Python donné ci-dessous, on a défini les variables globales permettant la simulation, variables qu'on utilisera pour compléter le code. Les zones caviardées du fichier correspondent aux questions posées.

Le code Python utilise bien évidemment l'équation différentielle donnée ci-dessus, sans la simplifier par linéarisation.

```
1  from math import *
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  from scipy.integrate import odeint
4
5  ## Définition des grandeurs du problème
6  gam = 1.4          # coefficient adiabatique des deux gaz
7  S = 100e-4         # aire du piston en mètre carré
8  V0 = 1e-3          # volume initial en mètre cube
9  P0 = 1e5           # pression initiale en pascals
10 m = 1000e-3        # masse du piston en kg
11 ## Grandeurs pertinentes calculées
12 w0 = sqrt(2*gam*P0*S**2/(m*V0))       # pulsation (ED linéarisée)
13 tmax = 10/w0                          # date maximale
14 ## Conditions initiales
15 x0=8e-2            # abscisse initiale du piston
16 v0=0               # vitesse initiale du piston
17
18 N = 1000 # nombre de dates souhaitées
19 tList = [redacted]
20
21 def Fpiston(Y,t):
22     [redacted]
23
24
25 Y0 = [redacted]
26
27 resultat=odeint(Fpiston,Y0,tList)
28 xList=[0]*N
29 vList=[0]*N
30
31 for i in range(N) :
32     [redacted]
33
34
35 plt.subplot(211)
36 plt.plot(tList,xList, label="x(t)")
37 plt.legend()
38 plt.subplot(212)
39 plt.plot(tList,vList, label="v(t)")
40 plt.legend()
41 plt.show()
42
```

7. Recopier le début de la ligne 19 et compléter le code pour créer une liste de N dates régulièrement espacées, entre 0 inclus et t_{max} exclu (le code peut éventuellement prendre plusieurs lignes).

Fpiston est la fonction fondamentale de l'équation différentielle ; on rappelle qu'elle admet nécessairement comme paramètres un vecteur et une date, et retourne la dérivée temporelle de ce vecteur.

8. Ligne 25 : coder le vecteur des conditions initiales.
9. Coder la fonction Fpiston (recopier la ligne 21)

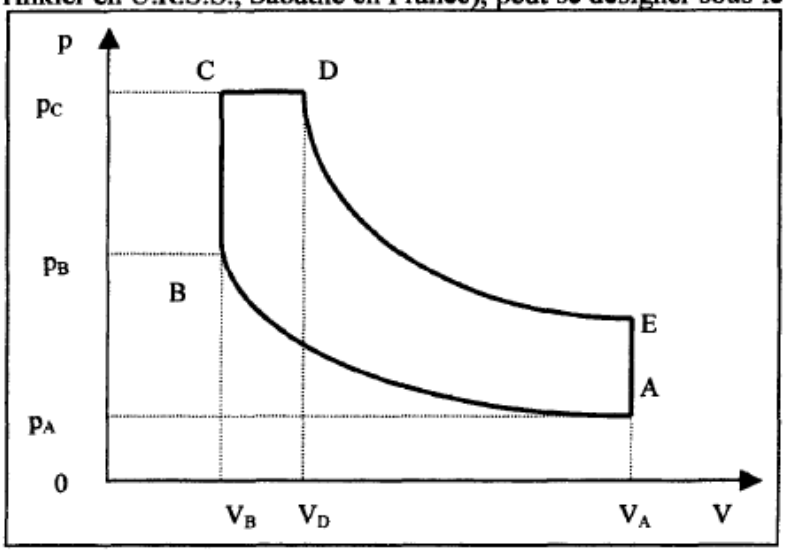
On rappelle que le solveur Python odeint, ou un codage équivalent avec la méthode d'Euler, retourne une liste contenant les N vecteurs solutions pour chacune des dates demandées.

10. Reprendre la ligne 31, et compléter le code pour construire la liste des abscisses et des vitesses du piston.

C – CONCOURS ESIM PSI – 7 PTS

Moteur diesel

Dans l'étude théorique du moteur Diesel, on fait reposer le fonctionnement sur le cycle de Diesel, dans lequel la combustion est supposée s'effectuer à pression constante. Dans les moteurs actuels, et en particulier dans les moteurs dits rapides, on a cherché à réaliser une combustion procédant des deux régimes, c'est-à-dire commençant à volume constant pour se terminer à pression constante. Ce cycle de combustion, baptisé différemment dans les divers pays selon le nom de celui qui l'a, sinon imaginé, mais du moins propagé (Seiliger en Allemagne, Trinkler en U.R.S.S., Sabathé en France), peut se désigner sous le nom de cycle mixte .



Un moteur Diesel à six cylindres fonctionne suivant le cycle mixte, à 4 temps . Le moteur à 4 temps accomplit un cyle tous les deux tours .Il présente un rapport de compression volumétrique $a = V_A/ V_B$ et une cylindrée $B = V_A - V_B$; V_A est le volume d'air maximal aspiré ; V_B désigne le volume disponible dans le cylindre au moment où commence l'injection du combustible ; V_D est le volume lorsque la combustion se termine ; le rapport $c = V_D/V_B$ est le rapport d'injection. Entre A et B, l'air subit une compression adiabatique et entre D et E une détente adiabatique . Le cycle est décrit de façon réversible .

On admettra que le gaz est constitué essentiellement d'air et on pourra négliger la masse de carburant devant celle de l'air pour un cycle . L'air sera assimilé à un gaz parfait .

On raisonnera sur un cycle fictif fermé : les étapes consistant à évacuer les gaz issus de la combustion (échappement) pour les remplacer par de l'air frais (admission) sont modélisées par l'évolution isochore E→ A d'un système supposé fermé.

p_A est la pression de l'air à l'aspiration ; p_B est la pression au moment où commence l'injection du combustible, p_C la pression maximale atteinte dans le cylindre.

c_v et c_p sont les capacités calorifiques massiques à volume et à pression constante de l'air ; on les supposera constants. m est la masse d'air aspirée par cycle et par cylindre .

1. Etude du cycle

1.1 Dans quel sens est décrit le cycle ?

1.2 Pour le système constitué par l'air contenu dans le cylindre ,donner le signe des échanges thermiques (ou quantités de chaleur) Q_{BC} , Q_{CD} et Q_{EA}.

1.3 Exprimer ces quantités de chaleur en fonction de T_A, T_B , T_C , T_D , T_E ,de la masse m et des caractéristiques thermodynamiques du gaz .

2 . Rendement thermique

2.1 On définit le rendement thermique par $r_{th} = \dfrac{|W|}{Q_{BC} + Q_{CD}}$. Justifier ce choix

2.2 Exprimer le rendement thermique en fonction des températures du cycle et de la constante $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V}$.

2.3 Exprimer le rendement thermique en fonction des rapports a, c , d $= p_D/p_B$ et la constante γ.Pour cela on exprimera toutes les températures en fonction de ces constantes et de la température T_A .

On essaiera de prouver que $T_E = d\,c^{\gamma} T_A$: si l'on n'y parvient pas, on pourra utiliser ce résultat pour obtenir l'expression de r_{th} .

3. Combustion

La combustion d'une masse m' de carburant produit une énergie thermique (ou chaleur) égale à η m'. La quantité η, appelée *pouvoir calorifique* se mesure donc en kJ. Kg^{-1}.

On admettra que ce pouvoir calorifique a une valeur constante, indépendante des conditions qui règnent pendant la combustion.

La masse de combustible pulvérisée dans un cylindre à chaque cycle est égale à αm (on rappelle que m est la masse d'air contenue dans le cylindre).

Au début du temps de compression, la température de l'air est t_A en °C, compte tenu de l'échauffement par les parois du cylindre et par le mélange avec les gaz brûlés restés dans l'espace mort; sa pression est p_A .

μ désigne la masse totale de combustible injectée par cycle et par cylindre ; μ_V désigne la masse qui brûle à volume constant. On caractérise le cycle par le rapport $k_V = 100.\dfrac{\mu_V}{\mu}$.

La *cylindrée* B , pour un cylindre , est définie par : $B = V_A - V_B$. M_{air} étant la masse molaire moyenne de l'air, et R la constante des gaz parfaits on pose $r = \dfrac{R}{M_{air}}$.

On se propose de déterminer la pression p_C ainsi que les températures T_C et T_D.

3.1 Exprimer la masse m d'air contenu dans un cylindre en fonction de p_A , a, B , r et T_A.
3.2 Exprimer la chaleur Q_{BC} dégagée entre les points B et C par la combustion de la masse μ_V de fuel en fonction de α , m , k_V et η.
3.3 Déterminer en fonction de T_C , a, η , c_V , k_V , p_A , α et γ : la température T_C et la pression p_C en fin de combustion.
3.4 Déterminer la quantité de chaleur dégagée Q_{CD} par le reste du fuel en fonction de m , η , α et k_V.
3.5 Déterminer T_D en fonction de T_A , a , α, η , c_p, γ et k_V.

4. Application numérique

On donne $\alpha = 40.\ 10^{-3}$ kg/kg d'air, η = 42 200 kJ/kg ; t_A = 65 °C, a = 15 ; B = 3 L .
r = 287 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; c_p = 1,02 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$; γ = 1,39.
4.1 Quelle valeur doit avoir k_V pour que la pression maximale dans le cylindre ne dépasse pas 65 bars , p_A étant pris égal à 1 bar ?
4.2 Déterminer dans cette hypothèse , à la limite :
- V_A , V_B , T_B , T_C , T_D et T_E
- le rapport d'injection $c = V_D/V_B$
- le rapport de détente $b = V_A/V_D$
- le rapport de compression isochore $d = p_C/p_B$

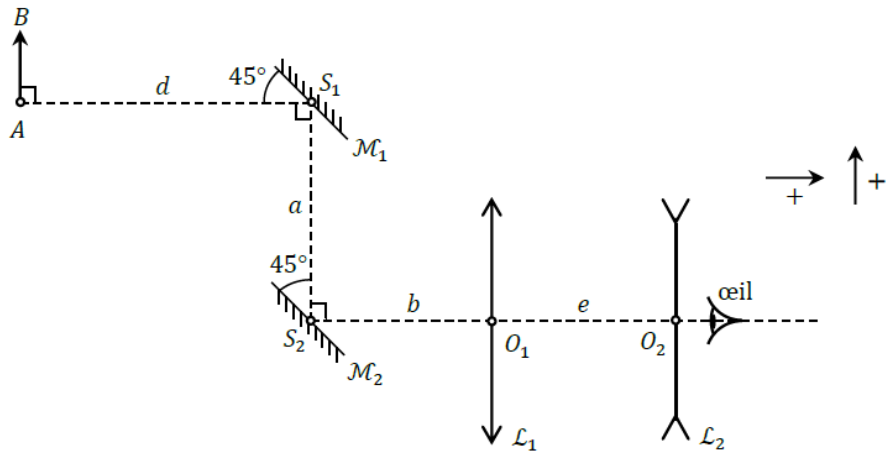
4.3 Calculer
- le rendement thermique théorique du cycle r_{th}
-la puissance du moteur tournant à 2 300 tr/min.

Le moteur à quatre temps accomplit un cycle tous les deux tours .

D – Optique d'un périscope (ENAC Pilotes) – 5 pts

L'entrée d'un périscope est constituée de deux miroirs plans $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$, circulaires et de centres respectifs S_1 et S_2 (Fig. ci-après). Après réflexions sur $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$, la lumière entre dans un système de deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, assimilées à des lentilles minces de centres respectifs O_1 et O_2. Les miroirs sont inclinés d'un angle de 45° par rapport à l'axe optique du système représenté en pointillés. L'orientation algébrique de l'axe optique ainsi que celle de l'axe transversal sont indiquées sur la figure (signes +). Les distances focales images algébrisées de $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ sont respectivement $f_1' = 1$ m et $f_2' = -0{,}125$ m. Un œil emmétrope (c'est-à-dire sans défaut) est placé juste derrière $\mathcal{L}_2$. Le périscope $\mathcal{S}_p$ est donc l'ensemble catadioptrique $\{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2\}$. On observe un objet placé dans un plan transversal, en avant de $\mathcal{S}_p$.

On introduit les distances $a = S_2S_1 > 0, b = S_2O_1 > 0, e = O_1O_2 > 0$ et $d = AS_1 > 0$. Dans tout l'exercice, on admet que les lentilles fonctionnent dans les conditions de Gauss.



On rappelle (à toutes fins utiles : leur utilisation n'est aucunement imposée) les relations de Newton entre un point objet A sur l'axe optique et son image A', valables pour une lentille mince de foyers respectifs objet et image F et F', de centre optique O et de focale f' :

Position $\overline{FA}.\overline{F'A'}=-f'^2$ Grandissement $\gamma=\frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}=\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

Attention : Les réponses données ici sont un guide pour obtenir le résultat ou une aide éventuelle pour les questions suivantes.

Toutes les affirmations devront être justifiées précisément, faute de quoi elles ne donneront lieu à aucune rétribution.

On donnera toutefois clairement sur la copie la ou lettres correspondant au(x) réponse(s) trouvées.

1. L'objet AB est placé à grande distance du périscope (suffisamment loin pour que d puisse être considéré infini). On note e_0 la valeur de e permettant à l'œil d'observer AB à travers $\mathcal{S}_p$ sans accommoder. Exprimer e_0 :
   A) $e_0 = f_1' - f_2'$ B) $e_0 = f_1'$
   C) $e_0 = f_2'$ D) $e_0 = f_1' + f_2'$
2. L'objet étant encore à l'infini, on règle $\mathcal{S}_p$ de telle sorte que $e = e_0 - \epsilon$ où $\epsilon > 0$ et $\epsilon \ll e_0$. Que peut-on affirmer ?
   A) L'image de AB par $\mathcal{S}_p$ est réelle.
   B) L'image de AB par $\mathcal{S}_p$ est virtuelle.
   C) L'œil peut observer une image nette à travers $\mathcal{S}_p$ en accommodant éventuellement.
   D) L'œil ne peut pas observer d'image nette à travers $\mathcal{S}_p$ même en accommodant.
3. L'objet est maintenant placé à distance finie. On note A_1B_1 l'image de AB par le système $\{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{L}_1\}$ et $p_1' = \overline{O_1A_1}$. Exprimer p_1' :
   A) $p_1' = \frac{f_1'(a+b+d)}{a+b+d-f_1'}$ B) $p_1' = \frac{f_1'(a+b+d)}{a+b+d+f_1'}$ C) $p_1' = \frac{f_1'(a+b+e)}{a+b+d+f_1'}$ D) $p_1' = \frac{f_1'd}{d-f_1'}$
4. Quelle est alors la taille (grandeur algébrique) $\overline{A_1B_1}$ de cette image intermédiaire ?
   A) $\overline{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_1'+a+b+d}\overline{AB}$ C) $\overline{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_1'-d}\overline{AB}$
   B) $\overline{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_1'+d}\overline{AB}$ D) $\overline{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_1'-a-b-d}\overline{AB}$
5. L'image A_2B_2 de AB par $\mathcal{S}_p$ se forme en avant de $\mathcal{L}_2$, à une distance $\overline{A_2O_2} = d_m$ où $d_m = 25$ cm. On envisage que l'œil puisse désormais accommoder. En outre, $\overline{A_2B_2} = 1$ mm. On note $\theta > 0$ l'angle sous lequel l'image de AB par $\mathcal{S}_p$ est vue par l'observateur (on rappelle que l'œil est derrière et à proximité immédiate de $\mathcal{L}_2$). Que peut-on affirmer ?
   A) $\theta \approx 10^{-3}$ rad C) L'image est ponctuelle pour l'œil.
   B) $\theta \approx 4 \times 10^{-3}$ rad D) L'image est étendue pour l'œil.