

TD 28 – ONDES

1. Ondes progressives ou non ?

a) Oui avec $c = \frac{1}{8} = 0,125$ m/s vers les $x < 0$.

b) Oui avec $c = 2$ m/s vers les $x > 0$.

c) Non : on ne peut pas exprimer s comme une fonction d'une seule variable $u = x \pm ct$.

2. Détection du monoxyde de carbone dans l'atmosphère

```

1 from math
2 import pi
3 σ = 2170 #cm-1
4 # donc
5 λ = 1/σ # cm
6 λm = λ/100 #m
7
8 k = 2*pi/λm
9
10 c = 3e8 # m/s
11
12 T = λm/c
13 f = 1/T
14 ω = 2*pi*f

```

```

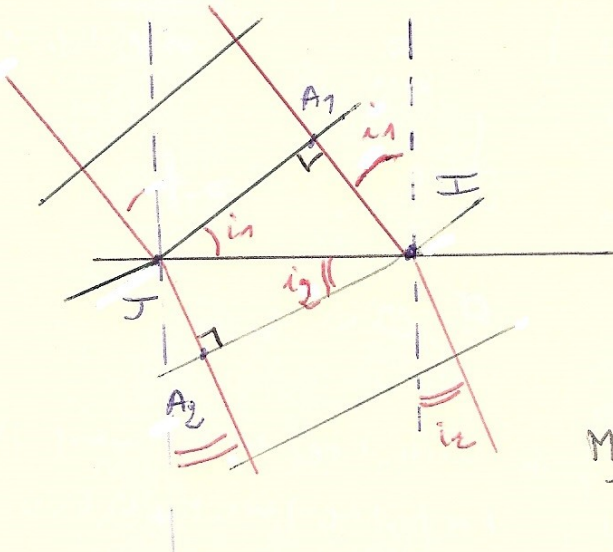
>>> λm
4.608294930875576e-06
>>> k
1363451.2116579702
>>> T
1.5360983102918587e-14
>>> f
65100000000000.0
>>> ω
409035363497391.06

```

3. Phase à l'origine des dates

	50 D		
	1500 c		
	100 f		
	0,033333333 τ		
	-6,66666667 φM/π	On utilise φ=ω(-τ)	
	-0,66666667 φM/π	Modulo 2	
	-120 ΦM (°)		

4. Loi de la réfraction de Snell-Descartes



$A_1 I = \lambda_1$
 $J A_2 = \lambda_2$

$$\begin{cases} IJ \sin i_1 = \lambda_1 = v_1 \cdot T = \frac{cT}{n_1} \\ IJ \sin i_2 = \lambda_2 = v_2 \cdot T = \frac{cT}{n_2} \end{cases}$$

Maths : angles retrouvés par le théorème des couples de demi-droites perpendiculaires

$$\frac{\sin i_1}{\lambda_1} = \frac{\sin i_2}{\lambda_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{cT} (n_1 \sin i_1) = \frac{1}{cT} (n_2 \sin i_2)$$

5. Ondes dans un plasma

a) C'est positif à gauche, et k doit pouvoir être calculé : il faut donc que $\omega^2 - \omega_p^2 > 0$ (pas nul sinon, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ serait infinie), donc que $\omega > \omega_p$

b) $c = \frac{\omega}{k}$, relation de dispersion, équivalente à la relation fondamentale des OPH $\lambda = cT$,

donc, en divisant la relation par k : $c_0^2 = c^2 - \frac{\omega_p^2}{k^2}$, où l'on doit remplacer $1/k^2$, donc

$$c_0^2 = c^2 - \omega_p^2 \frac{c_0^2}{\omega^2 - \omega_p^2} : c^2 = c_0^2 + \omega_p^2 \frac{c_0^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \text{ soit } c = c_0 \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}, \text{ fonction qui tend vers } +\infty$$

quand $\omega \rightarrow \omega_{p,+}$ (toujours déterminer le domaine de définition avant de chercher les

limites), et puisque $c = c_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$ (on lève l'indétermination), qui tend vers $c_{0,+}$ quand

$\omega \rightarrow +\infty$.

C'est une composée de fonctions décroissantes ($1/x^2$), décroissante (-), croissante (racine), décroissante ($1/x$) : inutile de dériver, elle est donc strictement décroissante.

Cela semble en contradiction avec les théories d'un obscur physicien d'origine allemande concernant la célérité de la lumière comme maximum possible pour les diverses vitesses...

c) $\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c_0^2$, donc $\frac{d\omega^2}{dk} = 2\omega \frac{d\omega}{dk} = 2k c_0^2$: $v = \frac{k c_0^2}{\omega} = \frac{c_0^2}{\omega} \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c_0} = c_0 \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{\omega}$, toujours strictement inférieure à c_0 (courbe inverse de la précédente, au facteur c_0 près).

6. Indice d'un verre

a) On a la relation fondamentale des ondes $\lambda = cT$, dans un milieu quelconque. Dans le vide $\lambda_0 = c_0 T$.

En faisant le rapport des 2 expressions $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{c}{c_0}$ donc $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, par définition de l'indice.

b) On obtient $\frac{c_0}{v} = A + B \frac{f^2}{c_0^2}$, puisque $\lambda_0 = \frac{c_0}{f}$: $v = \frac{c_0}{A + B \frac{f^2}{c_0^2}}$

Attention ! λ_0 dépend bien de f , il faut la remplacer.

c) On a $\omega = kv$ donc $\omega = k \frac{c_0}{A + B \frac{\omega^2}{(2\pi c_0)^2}}$: $k c_0 = \omega \left(A + B \frac{\omega^2}{(2\pi c_0)^2} \right)$

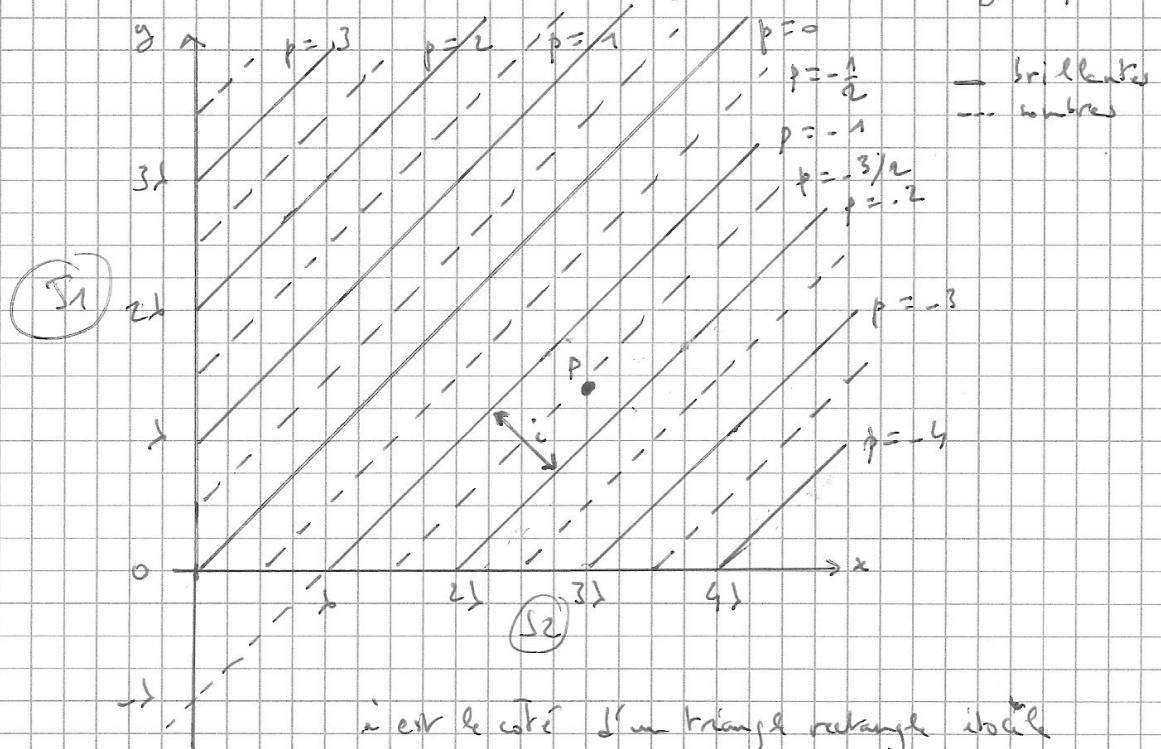
7. Hauts-parleurs linéaires

a) $\lambda = cT = \frac{c}{f} = 1,20 \text{ cm}$

b) 1^{re} bissectrice : $y=x$; on a alors $p = p_1 + p_2 = 6 \text{ Pa}$, car interférences constructives (sources en phase + même amplitude).

c) $S_2M - S_1M = p\lambda \Leftrightarrow y-x = p\lambda : y = x + p\lambda, p \in \mathbb{Z}$

Donc droite // à la 1^{re} bissectrice, d'ordonnée à l'origine $p\lambda$.



i est le côté d'un triangle rectangle isocèle

l'hypoténuse λ , donc $i = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} = 1,20 \text{ cm}$

d) on a $x_p = 3\lambda$ et $y_p = 1,41\lambda \equiv 0,41\lambda [\lambda]$

la phase est donc

la même que

celle du HP sur

$(0, y) : S_1$

le retard de

phase est donc,

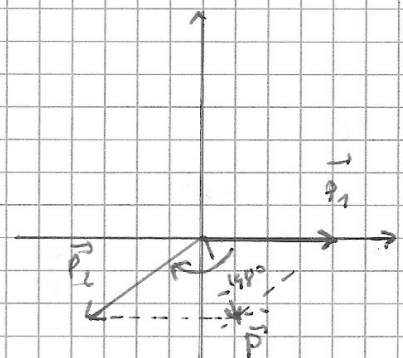
sur le HP en $(0,41)$

S_2 de $0,41 \times 360^\circ = 148^\circ$

On voit que $\varphi_1 = -\frac{148^\circ}{2} = -74^\circ$

et que $\frac{p}{2} = p_1 \cos \varphi_p : p = 2,2 \text{ Pa} \Rightarrow \varphi_p = 1,03 \text{ Pa}$

($p_1 = p_2$ donc losange donc diagonales perpendiculaires.)



10. Corde de piano

a) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

b) Relation de dispersion $\omega = k c_0$
 mais $\mu \omega^2 = F k^2$
 La 1^{ère} au carré, puis division : $\frac{1}{\mu} = \frac{c_0^2}{F}$ #
 c_0 est une constante : milieu non dispersif.

c) Cours : mode p entier = p f_{raux}
 donc $L = p \frac{\lambda}{2} = p \frac{c}{2f}$: $f = p \cdot \frac{c}{2L}$, notée f_p

d) Somme des modes $\rightarrow$ toutes les f_p produites.
 Elles sont multiples entre elles : Fourier $\rightarrow$ son périodique non linéaire.

e) $c = \frac{\omega}{k}$. Dans la relation de dispersion, on a

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{F}{\mu} + E \frac{\pi r^4}{4\mu} k^2$$

$$\text{soit } c^2 = c_0^2 + E \frac{\pi r^4}{4\mu} k^2 : c = \sqrt{c_0^2 + E \frac{\pi r^4}{4\mu} k^2}$$

f) C'est k qui dépend de p au travers de λ : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ avec $L = p \frac{\lambda}{2}$

$$\text{donc } k = 2\pi \cdot \frac{p}{2L} = p \frac{\pi}{L}$$

$$c = \sqrt{c_0^2 + E \frac{\pi r^4}{4\mu} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} p^2}$$

g) on a encore $f = p \frac{c}{2L}$: on sort c_0^2 de la $\sqrt{}$ (factorisation)
 $f_p = p \frac{c_0}{2L} \sqrt{1 + E \frac{\pi r^4}{4\mu L^2 c_0^2} p^2}$: $B = E \frac{\pi^3 r^4}{4\mu L^2 c_0^2} = E \frac{\pi^3 r^4}{4FL^2}$

Clairément pas régulièrement réparties $\rightarrow$ son non périodique, un peu faux.

Bonne corde de piano : B petit $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} r \text{ petit (rayon)} \\ F \text{ grande (tension)} \\ L \text{ grande (longueur)} \end{cases}$

11. Autre calcul de l'onde stationnaire (point de vue de spé)

a) $s(x,t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t + \varphi)$

b) $s(0,t) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos \psi$, qui doit être nul

donc $A \cos \psi = 0$, $A > 0$ non nul.

$\cos \psi = 0 : \psi = \pm \frac{\pi}{2} \quad \left(\frac{\pi}{2} [\pi] \right)$

On ne trouve rien concernant φ .

c) $s(x,t) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos\left(kx \pm \frac{\pi}{2}\right)$

$= \pm A \cos(\omega t + \varphi) \sin(kx)$

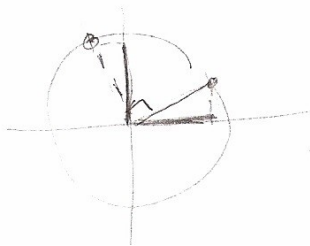
d) on peut transformer $-\cos$: $s(x,t) = A \cos(\omega t + \varphi \pm \pi) \sin kx$

et on pose $\varphi' = \varphi \pm \pi$: $s(x,t) = A \cos(\omega t + \varphi') \sin kx$

e) on pose $A = 2A'$ et il faut transformer le cos temporel

en sinus : $\cos(\omega t + \varphi') = \sin\left(\omega t + \varphi' + \frac{\pi}{2}\right)$

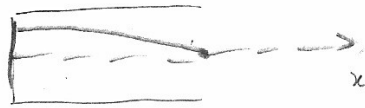
on remplace par $\varphi'' = \varphi' + \frac{\pi}{2}$



12. Instrument à vent

$$m \ll M$$

a)



Courbe de $p(x)$ à une date donnée

$$\frac{1}{2} \text{ fuseau : } L = \frac{\lambda}{4}$$

b) $L = \frac{c}{4f_1} = 4,13 \text{ m}$: grand mais cohérent.

↓ ventre

c)



1 fuseau de plus...

$$L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2}, \text{ qu'on généralise}$$

$$\text{par } L = \frac{\lambda}{4} + p \frac{\lambda}{2}, p \in \mathbb{N}^*$$

$$(L > 0, \text{ ainsi que } \lambda)$$

Mais ici, on doit avoir $\frac{\lambda}{4}$ pour $n=1$, alors qu'on l'obtient pour $p=0$: $n=p+1$

$$L = \frac{\lambda}{4} + (n-1) \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4} [1 + 2(n-1)]$$

$$= \frac{\lambda}{4} (2n-1)$$

d)e) $\lambda = cT = \frac{c}{f}$: $f = \frac{c}{\lambda}$ donc $f_n = \frac{c}{4L} (2n-1)$, multiple impair de $\frac{c}{4L}$.

14. Trous d'Young

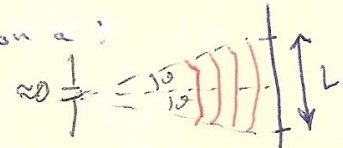
1. Diffraction de l'onde par chacune des fentes. (*)
2. On pourra faire l'approximation des petits angles.
3. Par symétrie, les ondes ont les mêmes en O' : addition constructive donc frange brillante.

(1^{er}) On a $\sin \theta = k \frac{\lambda}{d}$: $\theta = \frac{\lambda}{d}$
 (pour le premier minimum) $\rightarrow$ largeur fente $\rightarrow$ 1 période fente

Par ailleurs, on dit la largeur du champ visible d'interférences $L \approx 2,0$ cm (entre 1,6 cm et 3,6 cm, abaisse des zéros (pas de lumière)).

En supposant a petit devant d , on a :

$$\theta = \frac{L/2}{D} \quad \text{demi largeur}$$



donc $\frac{2D}{L} = \frac{d}{\lambda}$: $d = \frac{2D\lambda}{L} = 7,6 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 75 \mu\text{m}$.
 (c'est approché...)

4. a. $\delta = S_2M - S_1M$

avec $S_2M = \sqrt{|\vec{S_2M}|^2}$ et $\vec{S_2M} = \vec{S_2O} + \vec{OO'} + \vec{O'M} = \begin{pmatrix} x_M + a \\ D \end{pmatrix}$

donc $\delta = \sqrt{(x_M + a)^2 + D^2} - \sqrt{(x_M - a)^2 + D^2}$

b. $S_2M = D \sqrt{1 + \left(\frac{x_M + a}{D}\right)^2} \approx D \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_M + a}{D}\right)^2\right]$ car $a, x_M \ll D$
 $- S_1M \approx D \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_M - a}{D}\right)^2\right]$

$\delta = \frac{D}{2D^2} \cdot \left[\underbrace{(x_M + a)^2}_{4a x_M} - (x_M - a)^2 \right] : \delta = \frac{2a}{D} x_M$

c. $\varphi_2 = \varphi_{20} - k S_2M$

$\varphi_1 = \varphi_{10} - k S_1M$

$\uparrow$
à la source
= aux fentes

$\varphi_{21} = -k\delta = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{2a}{D} x_M$
 $= -\frac{4\pi a}{\lambda D} x_M$