TD 30 – Induction

Aspects purement électriques

1.

30.3 Spire autour d'un solénoïde ($\star$)

Un solénoïde de rayon $R_1 = 2$ cm, constitué de $n = 10$ spires par cm, est alimenté par un générateur de f.é.m. $U = 30$ V. La résistance interne du générateur est de $1,2\ \Omega$ et celle du fil du solénoïde est $6,8\ \Omega$. Une spire conductrice $\mathscr{S}$, de rayon $R_2 = 4$ cm, est placée autour du solénoïde ; elle a le même axe que celui-ci.

1. Quel est le flux magnétique à travers la spire ?

2. Par modification du circuit alimentant le solénoïde à la date $t = 0$, l'intensité du courant qui le traverse décroît au cours du temps selon la loi $i(t) = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$. Quelle est l'unité de τ ?

3. Quelle est la f.é.m. induite dans le spire pour $t > 0$?

2. Autoinductance d'un solénoïde

On considère un solénoïde infini : on néglige les effets de bords. Il est de rayon *R* et de longueur *D*, et contient *N* spires.

a) Rappeler l'expression du champ qu'il crée à l'intérieur lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité *i*. L'exprimer avec les données du problème.

b) En déduire son coefficient d'autoinductance *L*. Proposer des valeurs vraisemblables pour obtenir $L = 0{,}1\,\mathrm{H}$.

3. Transformateur

On branche en sortie, au secondaire, en dérivation avec la tension u_2, une impédance Z_2 quelconque.

a) Exprimer la puissance instantanée P_{fournie} fournie par le générateur au primaire, en fonction de u_1 et de i_1, puis en fonction de e_1 et de i_1.

b) Exprimer la puissance instantanée $P_{\text{reçue}}$ reçue par l' impédance Z_2, en fonction de u_2 et de i_2, puis en fonction de e_2 et de i_2.

c) Le transformateur est supposé parfait : en déduire le rapport $\frac{i_2}{i_1}$ en fonction du rapport de transformation *m*, qui est défini par $m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{e_2}{e_1}$.

d) En utilisation les complexes, exprimer $\underline{i_2}$ en fonction de e_2 et de Z_2.

e) En déduire $\underline{i_1}$ en fonction de *m*, e_1 et de Z_2.

f) Justifier que le montage complet, transformateur et impédance en sortie, est vu du point de vue de l'entrée comme une impédance $Z_1 = \frac{1}{m^2} Z_2$ (circuit simple équivalent).

4.

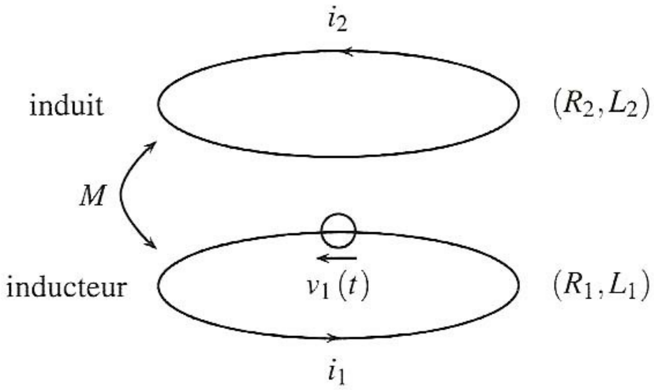
30.7 Table à induction (d'après CCP) ($\star$)

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable.

Logé dans une table en céramique, un bobinage, nommé l'inducteur, alimenté en courant sinusoïdal génère ce champ. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque circulaire assimilable à une spire unique fermée sur elle même, situé au fond d'une casserole.

L'inducteur, de 5 cm de rayon, comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1,8.10^{-2}\,\Omega$ et d'autoinductance $L_1 = 30\,\mu$H.

La plaque de résistance $R_2 = 8,3\,\text{m}\Omega$ et d'autoinductance $L_2 = 0,24\,\mu$H, nommée l'induit, est assimilable à une spire unique refermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$. L'ensemble plaque (induit) – inducteur se comporte comme deux circuits couplés par une mutuelle M.



1. Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits (équations de couplage entre i_1 et i_2).

2. En déduire l'expression littérale du rapport des amplitudes complexes $\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$.

3. En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe du système : $\underline{Z}_e = \dfrac{\underline{V}_1}{\underline{I}_1}$.

4. On choisit ω telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_2 \ll L_2\omega$. Simplifier les deux expressions littérales précédentes, puis effectuer le calcul numérique de leur module, sachant que l'inductance mutuelle est estimée à $M = 2\,\mu$H.

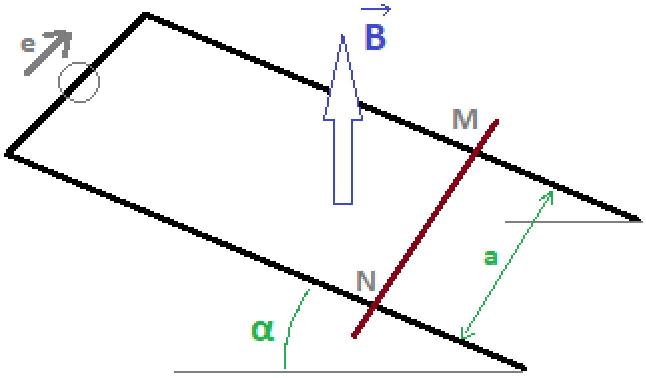
5. On soulève la plaque à chauffer ; on demande un raisonnement purement qualitatif. L'amplitude du courant i_1 appelé par l'inducteur augmente-t-il ou décroît-il ?

5. Équilibre d'un rail de Laplace

Le dispositif des rails de Laplace consiste en :

- un cadre rigide en forme de U, dont la longueur du côté fixe est notée a ;

- un rail mobile, pouvant glisser sur le cadre, tout en restant parallèle au côté fixe.



Le contact électrique est en permanence assuré, entre le cadre et le rail (métaux dénudés, sans gaines de protection).

On alimente le circuit ainsi formé par une source de tension constante e et l'ensemble cadre + rail a une résistance électrique totale notée R.

Le circuit est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

L'ensemble du dispositif est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$, uniforme, et vertical vers le haut. On travaille bien sûr dans le champ de pesanteur terrestre $g=9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

Autres données numériques : $R=10\,\Omega$, masse du rail $m=50\,\mathrm{g}$, champ $B=1\,\mathrm{T}$, $a=50\,\mathrm{cm}$, $\alpha=10\,°$.

a) Quelle tension e faut-il utiliser pour obtenir l'équilibre du rail ?

b) Discuter sa stabilité : que se passe-t-il dans le cas d'une infime perturbation sur la valeur de e, de B, de α ?

6. Rail de Laplace et ressort

On considère le dispositif des rails de Laplace, horizontal, de côté a, dont la tige mobile est de masse m.

La tige est reliée à un ressort linéaire de raideur k et de longueur à vide L_0 , dont l'extrémité fixe est accroché au côté du cadre repéré par l'abscisse $x=0$. Tous les frottements sont négligés.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, vertical vers le haut.

Le dispositif n'est pas alimenté électriquement ; la résistance totale du circuit cadre+tige est notée R, et l'autoinductance du cadre est négligeable.

Données numériques : $R=10\,\Omega$, $B=1\,\mathrm{T}$, $m=50\,\mathrm{g}$, $a=30\,\mathrm{cm}$

a) Quel raideur k du ressort faut-il prendre pour que le régime libre (on écarte la tige de l'équilibre et on étudie le mouvement) soit apériodique critique ?

Commenter cette valeur.

b) Si l'on ne néglige plus le coefficient d'autoinductance L du cadre, quel est l'ordre de l'équation différentielle obtenue sur l'abscisse x de la tige ?

L'obtenir sans chercher à la simplifier.

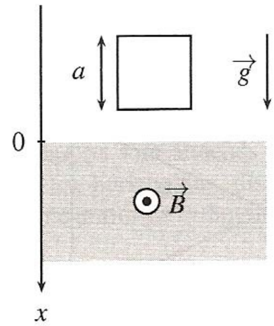
7.

31.1 Cadre qui chute dans un champ localisé ($\star$)

Un cadre conducteur, constitué de 4 segments de longueur a, tombe dans le plan du schéma sous l'effet de la gravité. Sa résistance électrique est notée R, son autoinductance L.

L'espace est divisé en deux régions :

- pour $x < 0$, il n'y a pas de champ magnétique,
- pour $x > 0$, un champ magnétique est présent. Il est uniforme, stationnaire et orthogonal au plan du schéma.



Établir les équations différentielles régissant la vitesse $v(t)$ du cadre dans les 3 régions :

1. le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} = \vec{0}$,

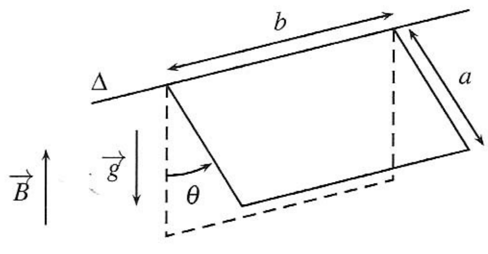
2. le cadre est à cheval sur les régions où $\vec{B} = \vec{0}$ et $\vec{B} \neq \vec{0}$,

3. le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} \neq \vec{0}$.

8.

31.4 Cadre oscillant ($\star$)

Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ. Il est composé de 4 segments, 2 de longueur a, 2 de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J, sa résistance électrique est R et son autoinductance est négligée.



Les champs magnétique et de pesanteur sont uniformes et constants.

On écarte le cadre de sa position d'équilibre verticale (repérée en pointillés sur le schéma) d'un angle θ_0 puis on le lache sans vitesse initiale.

1. Dans quel sens l'axe Δ est-il orienté ? Justifier.

2. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $\theta(t)$. La linéariser.

3. Tracer l'allure de $\theta(t)$. Discuter en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement

On cherchera à établir le moment des forces magnétiques de deux façons différentes :

- en étudiant les forces sur chacun des côtés du cadre ;
- avec le moment magnétique.