

20000 vieux sous les mers

A/1. Le dôme n'est pas totalement immergé dans un ou plusieurs fluides.

A/2. $\vec{R} = -\vec{P}_{\text{eau remplacée}}$: $\vec{R} = -m_{\text{eau}} \vec{g} = -\rho \cdot \frac{2}{3} \pi R^3 \vec{g}$
 donc $\vec{R} = + \frac{2}{3} \pi \rho R^3 \vec{e}_z$, avec $\vec{e}_z$ unitaire vers le haut.

A/3. On considère M dans l'eau, d'altitude z ; on a alors
 $p_H - p_0 = + \rho g |0z|$ car M est en-dessous de la surface : $p(z) = p_0 + \rho g (R - z)$

Cette pression est uniforme sur la base du dôme, disque de rayon R : $\vec{F}_{p, \text{bas}} = + p(0) \cdot S \cdot \vec{e}_z$ soit

$$\vec{F}_{p, \text{bas}} = (p_0 + \rho g R) \pi R^2 \vec{e}_z$$

A/4. $\vec{R}$ est la somme des forces de pression exercées par l'océan :

$$\vec{R} = \vec{F}_{p(\text{haut})} + \vec{F}_{p, \text{bas}} : \vec{F}_p = \vec{R} - \vec{F}_{p, \text{bas}}$$

$$\text{donc } \vec{F}_p = - (p_0 + \frac{1}{3} \rho g R) \pi R^2 \vec{e}_z$$

A/5. on termine le calcul de l'intégrale : $F_{p, \text{air}, z} = p_0 \pi R^2$

la force totale est donc $\vec{F}_{p \text{ tot}} = \vec{F}_p + \vec{F}_{p, \text{air}}$

$$\text{soit } \vec{F}_{p \text{ tot}} = - \frac{1}{3} \pi \rho g R^3 \vec{e}_z$$

B/1. De façon évidente, la valeur du poids doit être supérieure à celle de la poussée d'Archimède : $\rho_H V_{H0} + m_b \geq \rho V_{H0}$

B/2. La pression varie avec la profondeur, comme on comparait.

L'air dans les poumons se comprime donc à température constante : $p_0 V_{p0} = p(z) V_p$. Le volume de l'homme

$$\text{est donc à } z \text{ quelconque } V_H = V_{H0} - V_{p0} + V_p$$

La force totale est donc $(\rho_H V_H + m_b - \rho V_H) (-\vec{e}_z)$

$$\text{soit } (\rho_H - \rho) (-V_{p0} + V_p) (-\vec{e}_z) = -(\rho - \rho_H) (V_{p0} - V_p) \vec{e}_z, \text{ qui est}$$

avec z : l'équilibre est instable.

Modèle atmosphère

①

A.1 / Cour : $\frac{dp}{dz} = -\rho g$ avec $\rho = \frac{Mg}{RT} p$:

$$\frac{dp}{dz} + \frac{Mg}{RT(z)} p = 0$$

A.2 / $H \frac{dp}{dz} + p = 0$ avec $H = \frac{RT_0}{Mg}$. On en tire $p(z) = p_0 e^{-z/H}$.

Av : $H = 8709 \text{ m}$.

Quand z augmente de H , $p(z)$ est divisé par e :

$$p(z+H) = p_0 e^{-\frac{z+H}{H}} = e^{-1} p_0 e^{-\frac{z}{H}} = e^{-1} p(z).$$

B/1. $\Delta S = C_v \ln \left(\frac{p_f V_f^\gamma}{p_i V_i^\gamma} \right) = C_v \ln \left[\frac{p_f \left(\frac{nRT_f}{p_f} \right)^\gamma}{p_i \left(\frac{nRT_i}{p_i} \right)^\gamma} \right] = C_v \ln \left(\frac{p_f T_f^{1-\gamma}}{p_i T_i^{1-\gamma}} \right)$

$$= \gamma C_v \ln \left(\frac{T_f p_f^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_i p_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \right) \quad \text{donc } k = \frac{1-\gamma}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} - 1.$$

B/2. $\frac{d}{dz} (T p^k) = \frac{dT}{dz} p^k + k T p^{k-1} \frac{dp}{dz} = 0$

donc $\frac{dT}{dz} = -k \frac{T}{p} \frac{dp}{dz}$. or, la relation de la statique

donne $\frac{dp}{dz} = -\frac{Mg p}{RT}$: $\frac{dT}{dz} = +\frac{k Mg}{R} = \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) \frac{Mg}{R}$.

qui est constant ; on intègre donc : $T(z) = T_0 + \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) \frac{Mg}{R} z$

B/3. $\Gamma_{\text{adiab}} = \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) \frac{Mg}{R} = -0,0098 \text{ K/m} = -9,8^\circ\text{C/km}$

B/4. Elle subit une transformation adiabatique $\delta Q = 0$ donc $\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{éch}}} = 0$;
elle est de plus réversible : $\delta S_{\text{créé}} = 0$, donc $dS = \delta S_{\text{éch}} + \delta S_{\text{créé}} = 0$:

S reste inchangée.

B/5. La température diminue donc plus vite dans le modèle isentropique ?
 $T_{p,f} < T_{\text{atm},f}$, d'où également l'allure de la droite.

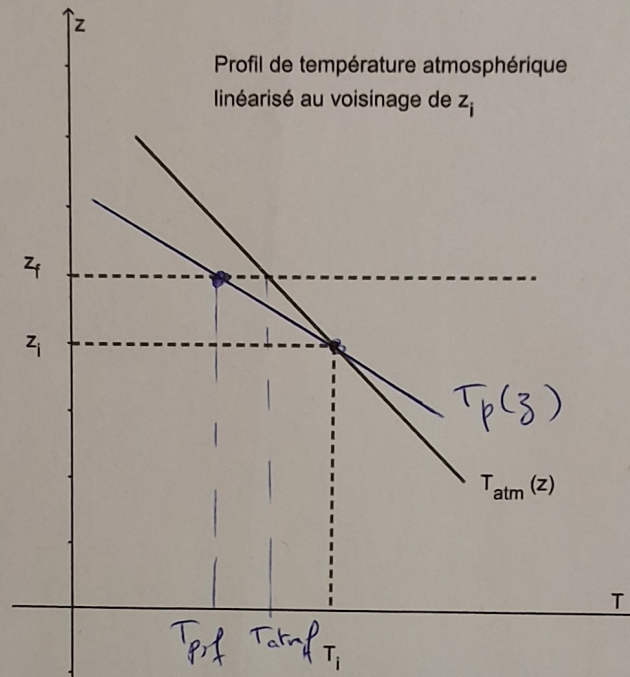
B/6. $p_p = \frac{Mg}{RT_p} p(z_f)$ alors que $p_{\text{atm}} = \frac{Mg}{RT_{\text{atm}}} p(z_f)$ donc
 $p_p > p_{\text{atm}}$: la particule redescend, l'atm est stable.

B/7. cf annexe.

(2)

PCSI2 2024/25 – DS n°8 (2 heures)

14 juin 2025

Annexe à rendre avec la copieNOM, Prénom : *Correction.*Partie II, figure 1Partie II, figure 2

$10^\circ\text{C}/\text{km}$
 $= 100\text{K}$ pour
 10 km .

peute + petite
ATM STABLE

$z_T \approx 3,5\text{ km}$

peute + importante
ATM. INSTABLE

