Physique Correction DM 5

## I – Défibrillation

Il s'agit de la décharge d'un condensateur $C$ dans le patient, assimilé à une résistance $R$, qu'on peut prendre égale à $R = 75\,\Omega$

La décharge dure une dizaine de millisecondes : prenons-la égale à la constante de temps du circuit $\tau = RC = 10^{-2}\,\mathrm{s}$ . (*)

On en déduit $C = 1{,}33\cdot10^{-4}\,\mathrm{F} = 133\,\mu\mathrm{F}$

On délivre pendant ce temps une énergie au patient égale à $E = 150\,\mathrm{J}$ : elle est fournie au patient par le condensateur, donc $E = E_C(0) - E_C(\tau)$, où $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$ est l'énergie qu'il stocke à chaque date.

Il faut donc obtenir l'expression de la tension en fonction du temps : on trouve $u_C(t) = U_0 \exp(-t/\tau)$ (démarche complète à faire !), donc $u_C(\tau) = U_0 \exp(-1) = \frac{1}{e} U_0$

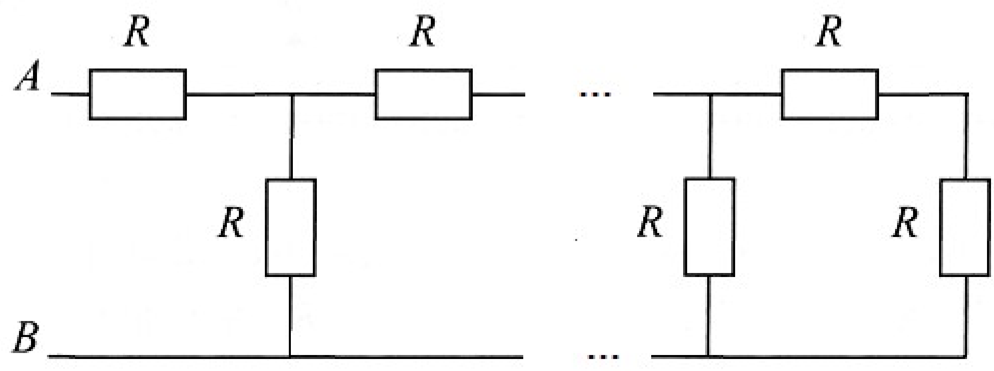
En remplaçant : $E = \frac{1}{2} C U_0^2 \left(1 - \frac{1}{e^2}\right)$, d'où l'on tire en inversant la formule $U_0 = 1{,}6\,\mathrm{kV}$.

(*) On peut choisir une décharge de durée 5τ et donc considérer qu'elle est complète : il n'y a plus alors de terme $\frac{1}{e^2}$ dans l'expression finale de l'énergie. Cela ne change pas grand-chose au résultat, car ce nombre est vraiment petit devant 1.

## II – Problème « en or »

1. Peu importe où se situent les résistances $R/2$ , et même si elles ne sont pas vraiment en série car séparées par le reste de l'échelle, on peut tout de même les fusionner.

   En effet en notant $R_k$ la résistance totale du reste de l'échelle, à droite, on obtient en série $R/2$ , $R_k$ , $R/2$ , qui est électriquement équivalent à la série $R$, $R_k$ .




2. On a alors, en partant du début, $R$ en série avec le reste, reste qui est la dérivation de $R$ avec la même chose que le dipôle AB.

   On peut donc écrire : $R_{\text{éq}} = R + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R} + \cfrac{1}{R + \cfrac{1}{\dots}}}$ , sous forme de fraction continue.

Sans les fractions continues, on peut traduire l'affirmation ci-dessus ( $R_{éq}=R+(R//R_{éq})$ ) par $R_{éq}=R+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R_{éq}}}$ soit $1=(R_{éq}-R)\left(\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R_{éq}}\right)$ ce qui donne en développant $1=\dfrac{R_{éq}}{R}-\dfrac{R}{R_{éq}}$.

3. Posons $x=R_{éq}/R$ : $1=x-\dfrac{1}{x}$ d'où l'équation $x^2-x-1=0$.

   $\Delta=1+4=5>0$ puis les racines $x_1=\dfrac{1}{2}(1-\sqrt{5})$ et $x_2=\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{5})$.

   Seule la deuxième est positive : on a finalement $\boxed{R_{éq}=\varphi\, R}$, où $\underline{\varphi=x_2=\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{5})=1{,}618}$, appelé nombre d'or.

<u>Remarque</u> : Sans aucun calcul, on peut voir d'après le circuit que $R<R_{éq}<2R$.
En effet :

- $R_{éq}$ est formé de la série de *R* avec une autre résistance, donc elle est supérieure à $R$ ;
- Cette autre résistance est formée de la dérivation de *R* avec autre chose, elle est donc inférieure à *R*.