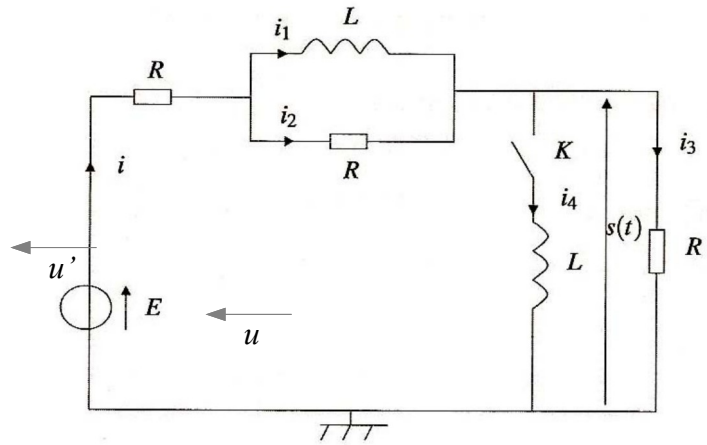


CORRECTION RL ORDRE 2



1. Déterminer les valeurs des intensités i_4 , i_1 , i , i_2 et i_3 à l'instant $t = 0^+$.

Continuités : courants dans les bobines, avec K ouvert depuis longtemps.

Donc $i_4(0^-)=0$, continu en o : $i_4(0^+)=0$; par ailleurs, avant fermeture, on est en RP, L est équivalent à un fil : la tension u aux bornes de $R//L$ est donc nulle et $i_2(0^-)=\frac{u}{R}=0$.

On a donc $i(0^-)=i_1(0^-)=i_3(0^-)$. La loi des mailles en 0^- est $E=u'+u+s=Ri+0+Ri$: les courants valaient donc $\frac{E}{2R}$.

Seul i_1 est continu : $i_1(0^+) = \frac{E}{2R}$.

Comme, en 0^+ , $i_4=0$, on a $i_3=i$, et la loi des mailles donne maintenant, puisque $i_2=i-\frac{E}{2R}$

$E = Ri + R\left(i - \frac{E}{2R}\right) + Ri \Leftrightarrow \frac{3E}{2} = 3Ri : i(0^+) = i_3(0^+) = \frac{E}{2R}$, et on trouve que $i_2(0^+) = 0$, fortuitement continu (ainsi que u).

2. Déterminer les valeurs de la tension s et des intensités i_2 , i , i_1 , i_3 et i_4 lorsque t tend vers l'infini.

Les bobines sont équivalentes à des fils : $s_\infty=0$ et $u_\infty=0$: on en déduit avec les lois d'Ohm que $i_{3_\infty}=0$ et $i_{2_\infty}=0$.

La loi des mailles donne $E = Ri + 0 + 0$, donc $i_{\infty} = i_{1\infty} = i_{4\infty} = \frac{E}{R}$.

3. Déterminer les relations entre s et i_3 puis entre s et i_4 .

Loi des dipôles : $s = Ri_3$ et $s = L \frac{di_4}{dt}$

4. Établir la relation entre R , L , s , $\frac{ds}{dt}$ et $\frac{di}{dt}$.

E n'intervient pas donc pas de loi des mailles... Les dérivées de i et de s suggèrent une loi des

nœuds dérivée, en relation avec la question précédente :

$$i = i_3 + i_4 \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = \frac{di_3}{dt} + \frac{di_4}{dt} : \boxed{\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{L} s}$$

5. Même question pour $R, L, i_2, \frac{di_2}{dt}$ et $\frac{di}{dt}$.

On tente l'autre loi des nœuds et ça marche : $\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$ avec $u = Ri_2 = L \frac{di_1}{dt}$ donc

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L} i_2 + \frac{di_2}{dt}$$

6. Déterminer la relation entre $\frac{dE}{dt}, R, L, s, i_2$ et $\frac{ds}{dt}$.

Forcément la loi des mailles dérivée : $\frac{dE}{dt} = \frac{du'}{dt} + \frac{du}{dt} + \frac{ds}{dt}$ avec $u' = Ri$, $u = Ri_2$ donc :

$$\frac{dE}{dt} = R \frac{di}{dt} + R \frac{di_2}{dt} + \frac{ds}{dt}.$$

$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{L} s$ ne pose pas de problème, mais on veut i_2 dans l'expression finale et non pas $\frac{di_2}{dt}$, ce dernier valant (Q5) : $\frac{di_2}{dt} = \frac{di}{dt} - \frac{R}{L} i_2$.

$$\text{Donc } \frac{dE}{dt} = \left(\frac{ds}{dt} + \frac{R}{L} s \right) + R \left(\frac{1}{R} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{L} s - \frac{R}{L} i_2 \right) + \frac{ds}{dt} : \frac{dE}{dt} = 3 \frac{ds}{dt} + 2 \frac{R}{L} s - \frac{R^2}{L} i_2$$

7. Établir la relation entre $R, L, s, \frac{ds}{dt}, \frac{d^2s}{dt^2}, \frac{dE}{dt}$ et $\frac{d^2E}{dt^2}$.

Ne pas oublier l'objectif : la dernière variable à éliminer est i_2 , qui, lorsqu'on veut l'exprimer en fonction de s seulement, est liée par l'équation $\frac{R}{L} i_2 + \frac{di_2}{dt} = \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{L} s$

$$\text{D'après la Q6, on a } \frac{R^2}{L} i_2 = 3 \frac{ds}{dt} + 2 \frac{R}{L} s - \frac{dE}{dt} \text{ donc } \frac{R^2}{L} \frac{di_2}{dt} = 3 \frac{d^2s}{dt^2} + 2 \frac{R}{L} \frac{ds}{dt} - \frac{d^2E}{dt^2}.$$

$$\text{Donc, dans l'équation précédente : } \left(3 \frac{ds}{dt} + 2 \frac{R}{L} s - \frac{1}{R} \frac{dE}{dt} \right) + \frac{L}{R^2} \left(3 \frac{d^2s}{dt^2} + 2 \frac{R}{L} \frac{ds}{dt} - \frac{d^2E}{dt^2} \right) = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{L} s$$

qu'on va multiplier par $\frac{R^2}{L}$ pour avoir un coefficient 1 devant $\frac{d^2E}{dt^2}$:

$$\boxed{3 \frac{d^2s}{dt^2} + 4 \frac{R}{L} \frac{ds}{dt} + \frac{R^2}{L^2} s = \frac{d^2E}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dE}{dt}}$$

(Aide d'analyse dimensionnelle : L/R a la dimension d'un temps, on l'obtient avec le circuit simple E,L,R série)

8. En déduire l'équation différentielle vérifiée par s sachant que le générateur de tension est idéal de tension à vide E .

$$E \text{ étant une constante, ses dérivées sont nulles : } \boxed{3 \frac{d^2s}{dt^2} + 4 \frac{R}{L} \frac{ds}{dt} + \frac{R^2}{L^2} s = 0}$$