

I – DÉFAUTS DES INSTRUMENTS DE MESURE

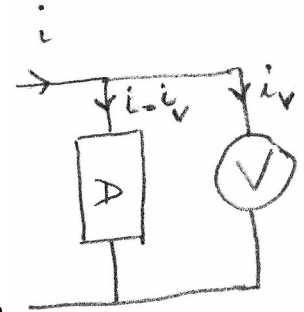
A / Voltmètre

1. La tension aux bornes de K est nulle car K=fil idéal : on a évidemment (argumentation : maille, ou différence de potentiel, ou V et E en dérivation) $U=U_0=E$.

2. Il est branché en dérivation avec le dipôle D dont on cherche la tension. Pour ne pas perturber la mesure, un courant négligeable doit entrer dans le voltmètre : $i_v=0$ pour que $i-i_v=i$, courant qui entrerait dans D en l'absence du voltmètre.

En assimilant D à une résistance R (ou une impédance pour généraliser), de conductance $G=1/R$, le théorème du diviseur de courant s'applique : $i_v=\frac{G_v}{G+G_v}i$ qui ne peut être nul que si $G_v=0$ donc que si R_v est infinie.

3. Il n'y a aucune différence : la résistance du voltmètre étant infinie, il est équivalent à un interrupteur ouvert, et aucun courant ne circule. La tension aux bornes de R est donc nulle, et on retrouve $U=U_0=E$.



(On peut éventuellement obtenir $i=\frac{E}{R+R_v}=0$ car R_v est infinie, qui anticipe la question 4).

4. Si K est fermé, le voltmètre reste en dérivation avec E par définition de la dérivation : $U=U_0=E$

Si K est ouvert, il y a maintenant deux résistances en série dans le circuit et le diviseur de tension s'applique, E étant la tension principale (aux bornes de l'ensemble) : $U=E\frac{R_v}{R+R_v}$

5. On a obtenu $U_0=E$, donc $U=\frac{U_0}{2} \Leftrightarrow \frac{R_v}{R+R_v}=\frac{1}{2}$, donc $R=R_v$

6. $\frac{R_v}{R+R_v}=\frac{9}{10} \Leftrightarrow 10R_v=9(R+R_v) \Leftrightarrow R=\frac{1}{9}R_v$: nettement plus faible, donc plus facile à obtenir, car pour un voltmètre de bonne qualité, R_v est très élevée (plusieurs MΩ).

B/Ampèremètre

1. La résistance de l'ampèremètre est alors nulle, pour ne pas ajouter de tension parasite dans le circuit qui modifierait son comportement.

I_0 traverse R_0 puisque K est ouvert, et R_0 est en dérivation avec E, on a donc (unicité de la tension et loi d'Ohm) : $E=R_0I_0$ soit $I_0=\frac{E}{R_0}$.

2. a. On peut affirmer que l'ajout en série de l'association en dérivation de résistances R et R_A , très petites devant R_0 , ne changera pas l'intensité délivrée par la source, puis appliquer le diviseur de courant, ou bien faire le calcul directement puisque l'intensité est supposée connue :

La tension commune aux deux résistances en dérivation est $R_A\frac{I_0}{2}=RI_R$ avec une notation évidente, donc

$I_R=\frac{R_A}{R}\frac{I_0}{2}$. La tension aux bornes de R_0 est donc (loi des nœuds et loi d'Ohm) : $R_0\left(I_R+\frac{I_0}{2}\right)=R_0\frac{I_0}{2}\left(\frac{R_A}{R}+1\right)$, et

l'additivité des tensions (ou la loi des mailles) conduit à $E=R_0\frac{I_0}{2}\left(\frac{R_A}{R}+1\right)+R_A\frac{I_0}{2}$ (on ne prend bien sûr pas

l'expression contenant R pour éviter d'avoir R à la fois au numérateur et au dénominateur!), c'est-à-dire

$E=\frac{I_0}{2}R_0\left(\frac{R_A}{R}+1\right)$ car $R_0\left(\frac{R_A}{R}+1\right)>R_0\gg R_A$.

Mais puisque $E=R_0I_0$, on trouve $1=\frac{1}{2}\left(\frac{R_A}{R}+1\right)$: $2=\frac{R_A}{R}+1$ donc $R=R_A$.

PCSI2 2025/26 – Correction DS n°2

b. On utilise pour R une résistance réglable connue (boîte de décade de résistances) de valeurs faibles (quelques ohms). On note la mesure de l'intensité I_0 , interrupteur K ouvert. On règle R jusqu'à lire $\frac{I_0}{2}$ dans l'ampèremètre.

On note la valeur correspondante de R , qui vaut donc R_A .

3. Sans R_0 , il y aurait contradiction si l'ampèremètre est idéal, donc équivalent à un fil : la source de tension serait court-circuitée.

Avec un ampèremètre de résistance R_A très petite, l'intensité délivrée par la source serait très importante, et risquerait de dégrader l'ampèremètre.

De plus, le choix de R_0 équivaut au choix de I_0 , donc permet de voir si la résistance interne R_A de l'ampèremètre dépend ou non de l'ordre de grandeur de l'intensité qui le traverse (du mA jusqu'à l'ampère).

III - DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

1. $i_c = C \frac{du_c}{dt}$ (élément de démonstration non demandée : vient de la dérivation temporelle de $q = C u_c$)

2. On a la puissance reçue $P = u_c i_c$ soit $P = C u_c \frac{du_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_c^2 \right)$.

Toute l'énergie reçue est stockée dans le condensateur donc, avec le lien entre énergie et puissance :

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_c^2 \right) \text{ ce qui conduit à } E_c = \frac{1}{2} C u_c^2 + \text{cte}.$$

Comme l'énergie est nulle quand le condensateur est déchargé, donc quand sa tension u_c est nulle, la constante est nulle.

3. $+Q$ est portée par l'armature positive, l'autre armature porte $-Q$. L'intensité est entrante du côté de l'armature positive. La tension est donc dirigée de $-Q$ vers $+Q$ (convention récepteur).

$$Q = C u_c \text{ donc } u_c = Q/C \text{ que l'on remplace.}$$

Le condensateur, initialement chargé avec une charge Q , se décharge dans une résistance R à partir de la date nulle. On note $\tau = RC$.

4. $E_c = \frac{(Q/2)^2}{2C} = \frac{1}{4} \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{4} E_{c0}$

5. On obtient aisément l'évolution de la tension $u_c(t) = u_0 \exp(-t/\tau)$, donc $E_c(t) = \frac{1}{2} C (u_0 \exp(-t/\tau))^2$.

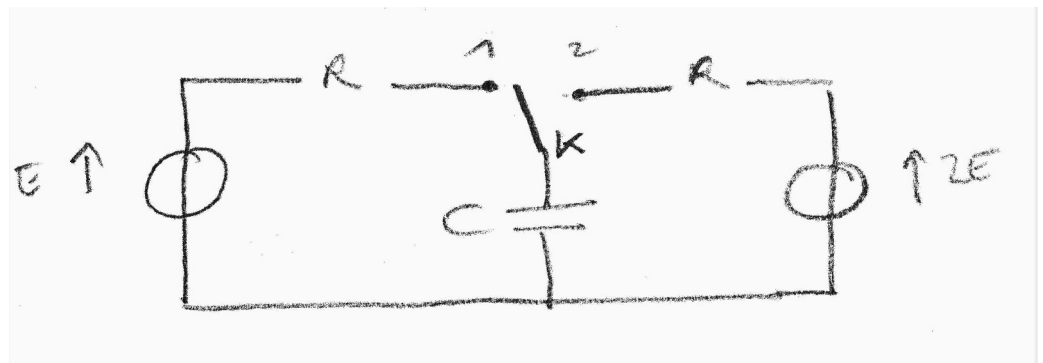
D'où $E_c(t) = E_{c0} \exp(-2t/\tau)$. On résout pour la valeur moitié : $1/2 = \exp(-2t/\tau)$, soit $\ln 2 = 2t/\tau$ et finalement $t = \frac{\ln 2}{2} \tau$

IV - REVERSE ENGINEERING CIRCUIT E,RC

1 et 2. Avec K sur la position 1, en régime permanent, la charge se termine, avec une intensité nulle (puisque

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt} = 0 \text{) donc}$$

$u_c(t)$ atteint E , valeur initiale pour le transitoire suivant.



PCSI2 2025/26 – Correction DS n°2

En basculant K sur la position 2, $u_C(t)$ est bien sûr continue, et C est soumise à la tension $2E$, qui sera atteinte à la fin du nouveau RP (intensité nulle pour la même raison).

3. D'après le graphique $\tau = RC = 10 \text{ ms}$, date à laquelle la tangente initiale coupe l'asymptote horizontale.

En prenant $C = 0,1 \mu\text{F}$, on trouve $R = \frac{\tau}{C} = 10^5 \Omega = 100 \text{ k}\Omega$ (ou bien $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$ ou $C = 10 \mu\text{F}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$)

4. La SP est égale à $2E$: $u_C(t) = A \exp(-t/\tau) + 2E$, avec $u_C(0) = E$, donc $E = A + 2E$: $A = -E$ et finalement $u_C(t) = E[2 - \exp(-t/\tau)]$

V – DIAGRAMME DE FRESNEL

1. $\vec{E}$ est le vecteur d'affixe $E \exp(j0) = E$ (la phase à l'origine est l'argument de l'amplitude complexe, et aussi l'angle du vecteur de Fresnel avec la demi-droite des réels positifs).

On lit $E = 10 \text{ V}$, $U_L = 7 \text{ V}$. Donc $u_L(t) = U_L \cos(\omega t + \varphi)$, avec $U_L = 7 \text{ V}$ et $\varphi = 30^\circ$

Calculer la pulsation ω . $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s} = 314 \text{ rad/s}$

2. Le vecteur $\vec{U}_R$ est simplement le vecteur $\vec{BA}$ sur le graphique, puisque la loi des mailles est $e(t) = u_L(t) + u_R(t)$.

3. Voir cours : on attend également la démonstration du résultat pour la dérivation temporelle.

L'apparition du $j\omega$ doit faire penser à une rotation de $+90^\circ$ du vecteur $\vec{U}_R$ vers le vecteur $\vec{U}_L$ (quadrature avance de la tension sur l'intensité, donc sur la tension aux bornes d'une résistance parcourue par le même courant).

4. L'angle en B n'est pas un angle droit : ce n'est pas une bobine idéale, il ne peut donc s'agir que d'une bobine réelle.

Son vecteur de Fresnel va se décomposer en somme d'un vecteur colinéaire à $\vec{U}_R$: $\vec{U}_r$, lié à la résistance interne de la bobine, et d'un vecteur $\vec{U}'_L$, qui sera perpendiculaire aux deux autres.

Donc :

- on prolonge la droite (BA)

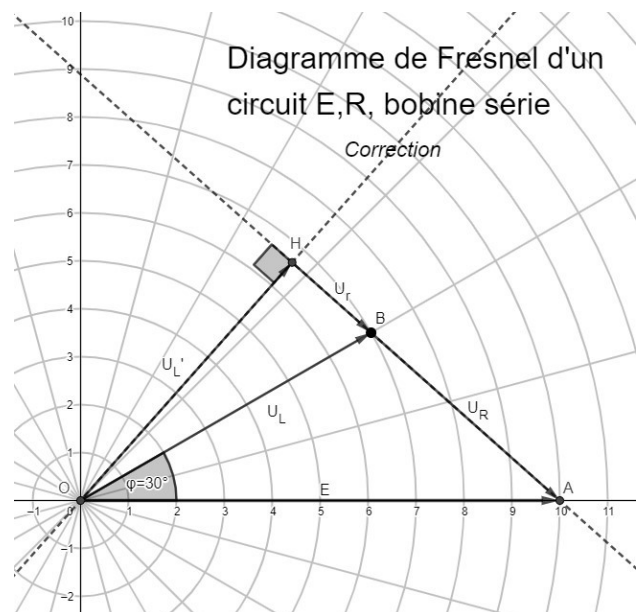
- on trace sa perpendiculaire passant par O, on en déduit le point H, et donc les deux vecteurs de Fresnel de la bobine réelle.

On mesure $U'_L = 6,6 \text{ V}$, $U_R = 5,3 \text{ V}$ et $U_r = 2,2 \text{ V}$,

donc avec les lois d'Ohm : $I = \frac{U_R}{R} = 0,11 \text{ A}$

$r = \frac{U_r}{I} = 21 \Omega$, et en module $U'_L = L\omega I$ donc

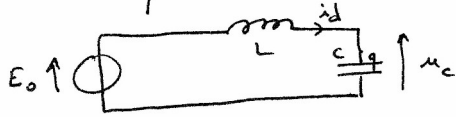
$L = \frac{U'_L}{\omega I} = 0,20 \text{ H}$.



Doubleur de Schenkle

1) à $t=0+$, de toute évidence, la diode est passante :

tant que $i_d \geq 0$, $u_d = 0$ (la diode est un fil tant que $i_d \geq 0$)



$$\begin{aligned} L \frac{di_d}{dt} + u_c &= E_0 \\ \text{or } i_d = \frac{dq}{dt} &= C \frac{du_c}{dt} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right) LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = E_0$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = \frac{E_0}{LC}$$

$$u_c(t) = u_{c, \text{hom}}(t) + u_{c, \text{part}}$$

EH associée : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$ $u_{c, \text{hom}}(t) = A \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right) + B \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$

posons $\Omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$u_{c, \text{hom}}(t) = A \cos \Omega_0 t + B \sin \Omega_0 t$

Par ailleurs, le 2nd membre de l'ED est constant, donc la solution particulière est

constante : $\frac{d^2 u_{c, \text{part}}}{dt^2} = 0$ de façon évidente : $u_{c, \text{part}} = E_0$

il vient : $u_c(t) = A \cos \Omega_0 t + B \sin \Omega_0 t + E_0$

continuité de la tension aux bornes du condensateur : $u_c(t=0+) = u_c(t=0-)$

ou condensateur initialement déchargé : $u_c(t=0-) = 0$

Par ailleurs : $u_c(t=0+) = A + E_0$

il vient $A = -E_0$

continuité de l'intensité dans la bobine : $i_d(t=0+) = i_d(t=0-)$

ou, pour $t < 0$, circuit ouvert : $i_d(t=0-) = 0$

$i_d = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = -C \Omega_0 A \sin \Omega_0 t + C \Omega_0 B \cos \Omega_0 t$ $i_d(t=0+) = C \Omega_0 B$

Finalement : $u_c(t) = E_0 (1 - \cos \Omega_0 t)$ tant que la diode est passante

$i_d(t) = C \Omega_0 E_0 \sin \Omega_0 t$

2) les expressions ci-dessus ne sont valables que tant que la diode est passante, c'est-à-dire tant que $i_d > 0$, c'est-à-dire tant que $\sin \Omega_0 t > 0$ (en partant de $t=0$)

La diode reste passante tant que $0 < \Omega_0 t < \pi$

La diode n'est plus passante à partir de $t_1 = \frac{\pi}{\Omega_0} = \frac{T_0}{2}$ (où $T_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0}$ la période)

$u_c(t_1) = E_0 (1 - \cos \pi) = 2E_0$

3) à $t = t_1$, la diode devient bloquée :

$u_d = E_0 - u_c \xrightarrow{2E_0} 0$ à $t = t_1^+$ (car $i_d = 0$ et $u_c = L \frac{di_d}{dt} = 0$)

$u_d = -E_0$

la diode restera donc bloquée après t_1 !

les grandeurs électriques seront constantes. On obtient sur le condensateur une tension double de la source à l'instant t_1 de tension.

