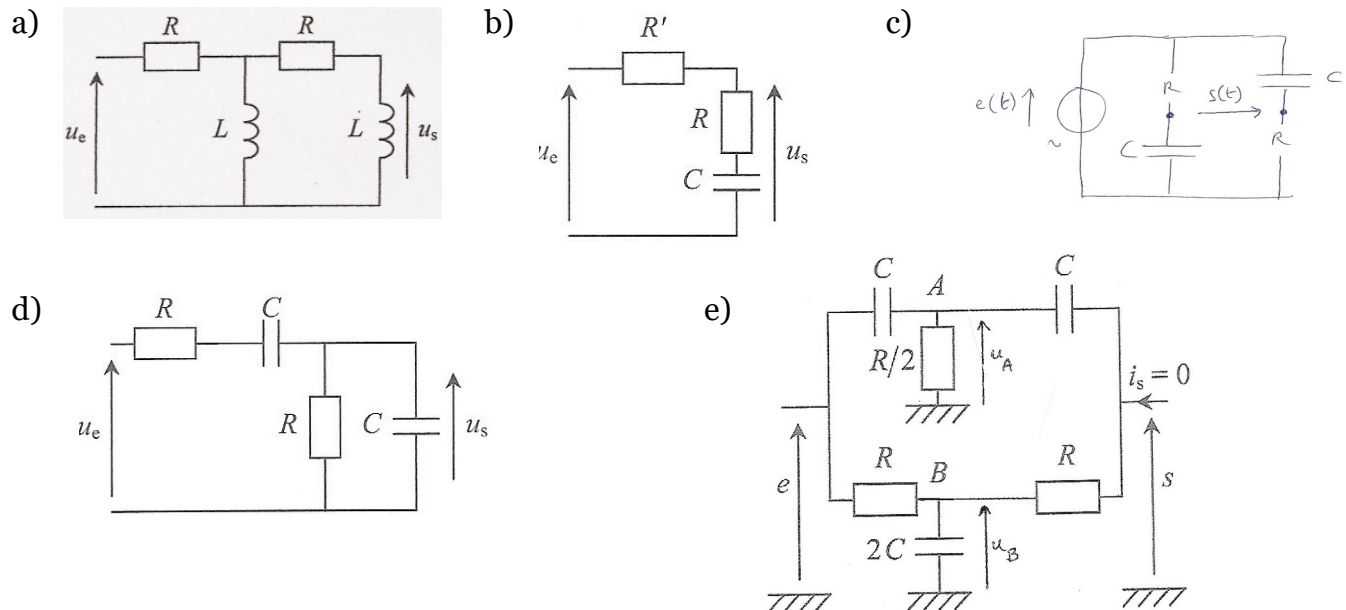
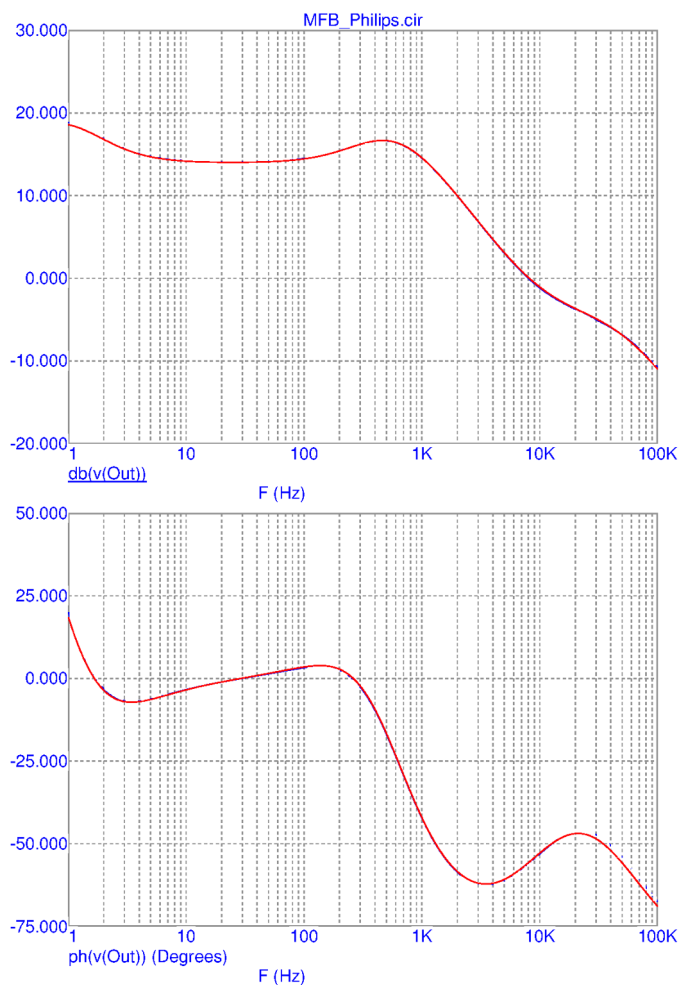


TD 11 – FILTRAGE ANALOGIQUE

1. Étude rapide de filtres



2. Lecture d'un diagramme expérimental



- Pour quelles fréquences le filtre n'introduit-il aucun déphasage sur le signal ?
- Quel est le domaine fréquentiel atténué par le filtre ?
- On lui envoie en entrée la tension $e(t) = E \cos(2\pi f t + \varphi)$ avec $f = 1 \text{ kHz}$, $E = 2 \text{ V}$ et $\varphi = 30^\circ$.

Déterminer les caractéristiques de la tension obtenue en sortie, ainsi que son avance temporelle sur $e(t)$, notée τ .

3. Construction graphique d'un Bode (gain et phase)

de : (sachant que $\omega_1 = 10\omega_0$ et $\omega_2 = 100\omega_1$)

- a) $\underline{H}_0 = -j\omega/\omega_0$ b) $\underline{H}_1 = 1 + j\omega/\omega_1$ c) $\underline{H}_2 = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_2}$ d) $\underline{H}_3 = -100 \underline{H}_1$
 e) $\underline{H}_4 = \underline{H}_0 \underline{H}_2$ f) $\underline{H}_5 = \underline{H}_1 \underline{H}_2$ g) $\underline{H}_6 = \underline{H}_2 / \underline{H}_1$
 h) \underline{H}_6 (développer auparavant le dénominateur.)

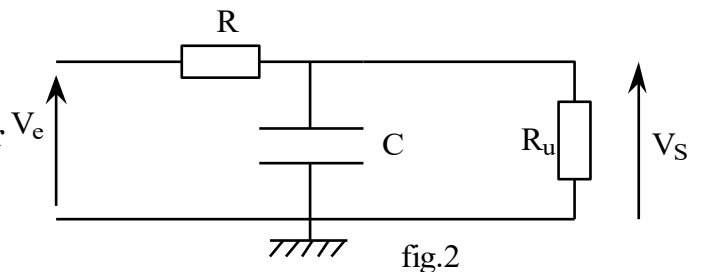
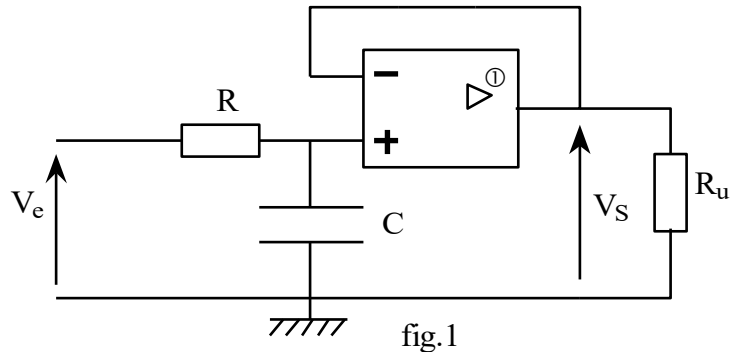
4. Filtres passe-bas

- (a) Déterminer la fonction de transfert

$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ du filtre actif représenté sur la figure 1.

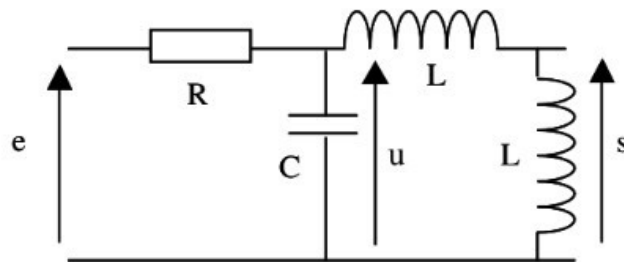
- (b) Calculer le gain G et représenter le diagramme de Bode pour G_{dB} .

- (c) Comparaison avec le filtre passif : déterminer de même la fonction de transfert \underline{H} du filtre passif représenté sur la figure 2. Quelle est la condition sur R_u pour que le gain soit identique à celui du filtre actif ?



5. Étude d'un filtre de Hartley

Pour ce faire, on considère le quadripôle ci-dessous en sortie ouverte, alimenté par une tension d'entrée $e(t)$ sinusoïdale.



1. Déterminer qualitativement la nature de ce quadripôle par une étude du comportement asymptotique en hautes et basses fréquences.

2. Établir une relation entre les tensions $s(t)$ et $u(t)$ en régime sinusoïdal forcé.

- 3.1. Déterminer la fonction de transfert complexe en sortie ouverte $\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e}$.

Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique :

$$H(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

avec un gain statique $H_0 = \frac{1}{2}$, une pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et une pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$.

- 3.2. En déduire l'expression du facteur de qualité Q du filtre étudié.

Le diagramme de Bode en gain est représenté ci-dessous à la *figure 1*.

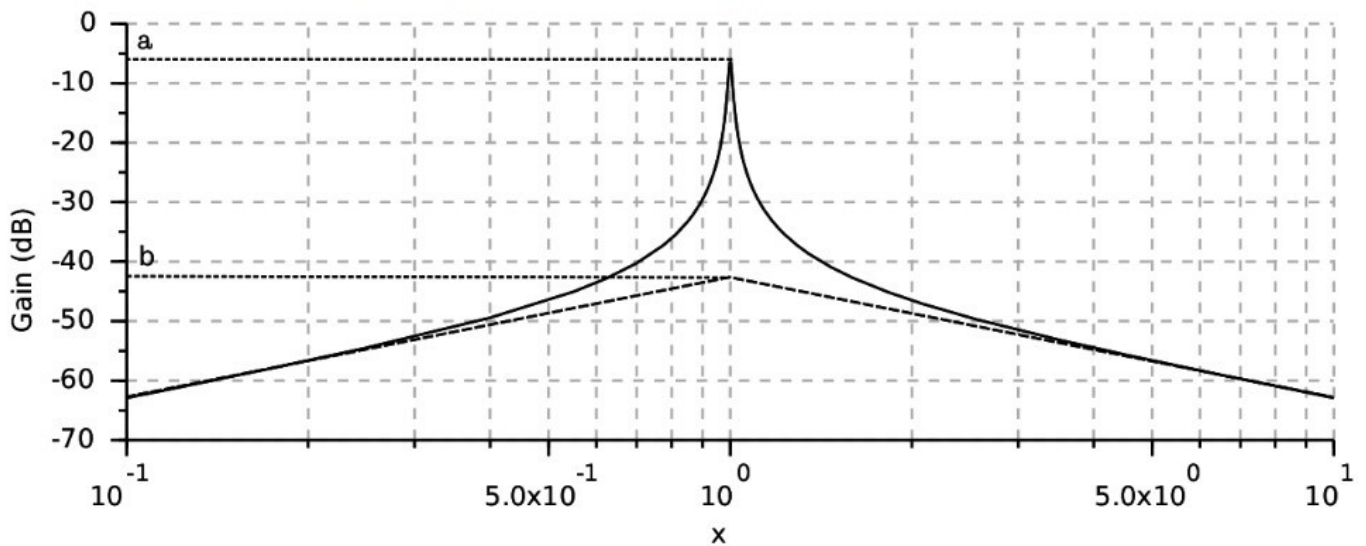


Figure 1 : Diagramme de Bode en Gain

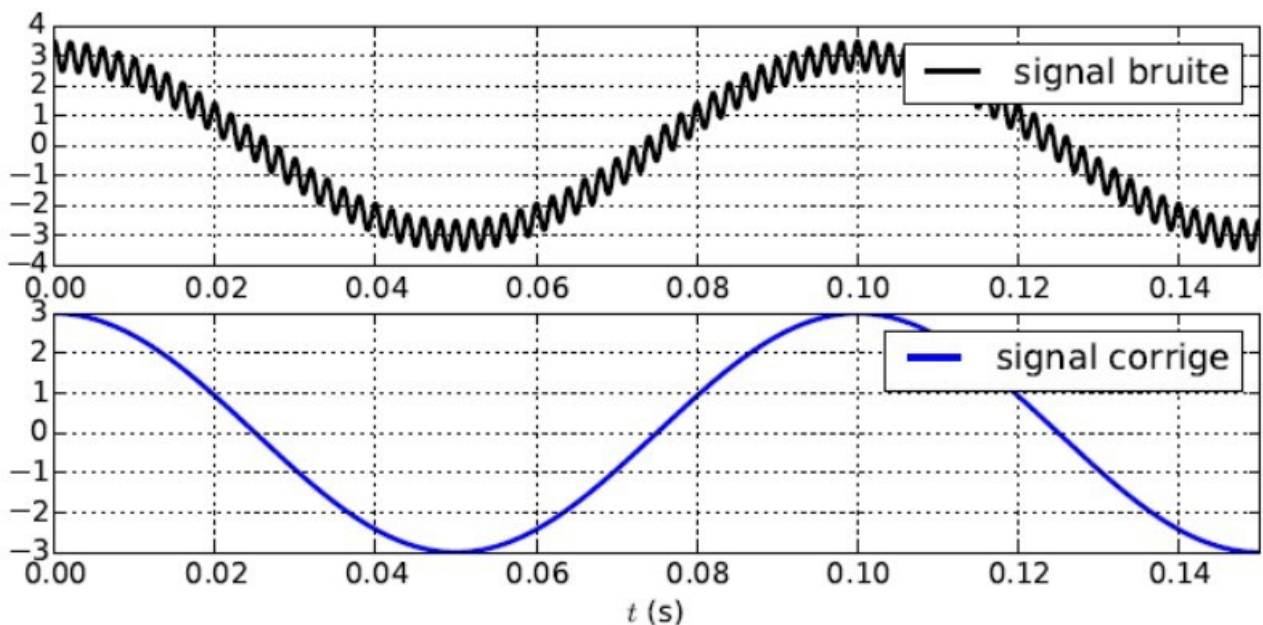
- 4.1. Mesurer la pente des asymptotes en hautes et basses fréquences.
- 4.2. Retrouver leur valeur à partir de l'étude asymptotique du gain en décibels.
5. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de a et b définis sur le diagramme de Bode (Figure 1). En déduire les valeurs de Q et de H_0 . Ces valeurs sont-elles cohérentes ?
6. Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour la phase. Justifier et tracer l'allure de la courbe réelle.

6. Atténuateur de bruit

On présente ci-dessous un signal bruité et le signal corrigé.

Proposer un filtre permettant de passer du signal bruité au signal corrigé.

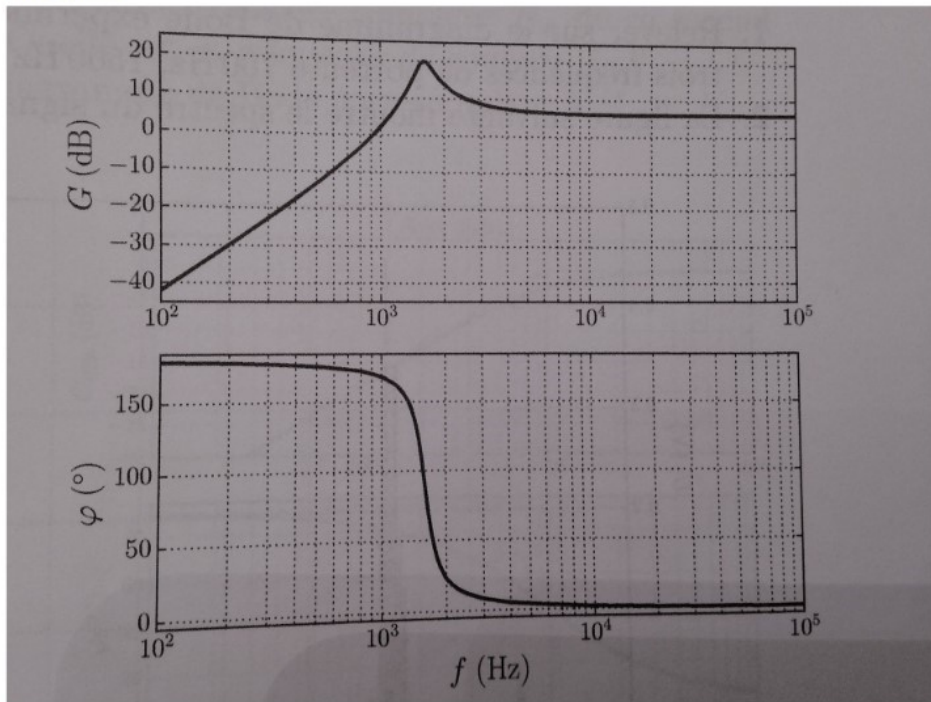
On précisera par ailleurs les valeurs des composants utilisés.



7. Quel filtre ?

On fournit ci-dessous les diagrammes de Bode d'un filtre inconnu.

Déterminer la nature, l'ordre, le gain maximal dans la bande passante, la fréquence centrale et le facteur de qualité du filtre étudié.



8. Filtre avec ALI idéal

Sur le montage de base « amplificateur inverseur », on met entre l'entrée du montage et l'entrée inverseuse de l'ALI une résistance R' , et, dans la boucle de rétroaction, R et C en dérivation.

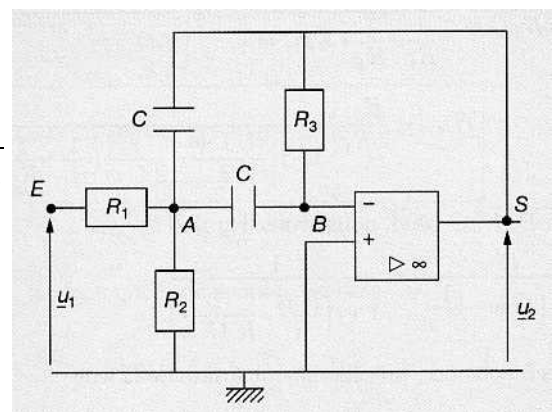
Étude complète du filtre obtenu.

9. Filtre passe-bande actif

- (a) Justifier rapidement, sans calculs, la nature du filtre proposé.

On obtient (cf (e)) :
$$\underline{H} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-j\omega R_3 C}{1 + \frac{R_1}{R_2} + 2j\omega R_1 C - \omega^2 R_1 R_3 C^2}$$

- (b) Retrouver la nature du filtre à partir de la fonction de transfert.
- (c) Obtenir l'équation différentielle du filtre sous forme canonique, en identifiant les paramètres, et en déduire la forme canonique de \underline{H} .
- (d) Quelles sont les raisons qui conduisent à choisir un tel circuit pour filtre plutôt qu'un circuit R, L, C série ?
- (e) Établir l'expression de \underline{H} .



10. Filtres de Butterworth

Leur fonction de transfert s'écrit $H = \frac{1}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^N}$ où N est un entier naturel supérieur ou égal à 2.

- Quel est l'ordre de ces filtres ?
- Donner l'expression exacte du gain en décibels et du déphasage induit par le filtre.
- Tracer le diagramme de Bode asymptotique dans le cas $N = 4$.
- Déterminer la bande passante à -3 dB en obtenant sa pulsation limite ω_{BP} sous la forme $\omega_{\text{BP}} = \alpha \omega_0$.
Application numérique sur α pour $N = 4$.
- Calculer le gain en décibels pour $\omega = \omega_0$, en fonction de N . Application numérique pour $N = 4$.
- Grâce aux deux réponses précédentes, placer deux points de la courbe exacte du gain pour $N = 4$ sur le diagramme de la question c), puis tracer cette courbe.

11. Filtre ADSL

Le chien de Madame Michu a mangé son filtre ADSL ! Qu'à cela ne tienne, elle va en fabriquer un elle-même...

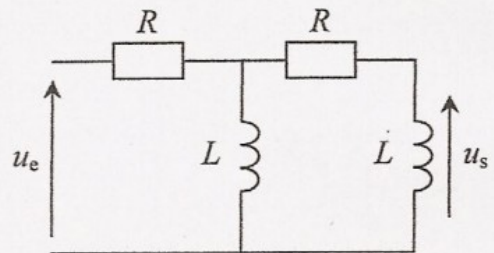
Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences, divisée en deux parties : les signaux téléphoniques (transmettant la voix) utilisent les fréquences de 0 à 4 kHz ; les signaux informatiques (Internet) utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

- Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ? les signaux informatiques ? Quelle fréquence de coupure peut-on choisir ?

Madame Michu réalise le filtre ci-contre.

- Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement asymptotique. En déduire pour quels signaux il peut être utilisé.
- Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$H(x) = \frac{-x^2}{1 + 3jx - x^2} \quad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } \omega_0 \text{ à déterminer en fonction de } R \text{ et } L.$$



- Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre, puis esquisser l'allure de la courbe réelle de gain en la justifiant.
- Madame Michu possède des résistances de $100\ \Omega$. Quelle valeur d'inductance doit-elle choisir pour réaliser le filtre souhaité ?