DM8 – Un peu de finesse sur les passe-bande larges → 05/01/26

On rappelle la forme canonique de la fonction de transfert ce type de filtre, lorsque la pulsation centrale n'est ni amplifiée ni atténuée, en fonction du facteur de qualité Q et de la pulsation caractéristique : $\underline{H}=\dfrac{\frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1+\frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$ (1)

On cherche une nouvelle forme pour $\underline{H}$: $\underline{H}=\underline{H}_0\cdot\dfrac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}\cdot\dfrac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}$ (2), avec $\omega_1<\omega_2$.

1. Montrer par identification que $\begin{cases}\omega_1\omega_2=\omega_0^2\\ \omega_1+\omega_2=\dfrac{\omega_0}{Q}\\ \underline{H}_0=\dfrac{\omega_1}{Q\,\omega_0}\end{cases}$ et en déduire l'équation du second degré dont les racines sont ω_1 et ω_2.

   Aide = un classique des maths : quelle est l'équation du second degré vérifiée lorsqu'on connaît le produit et la somme des racines ?

2. En tentant de résoudre cette équation, démontrer que la décomposition de $\underline{H}$ sous la forme (2) n'est possible que si $Q<\dfrac{1}{2}$.

   On suppose cette condition vérifiée : obtenir ω_1 et ω_2 sous la forme $K_{1ou2}\,\omega_0$, où K ne s'exprime qu'en fonction de Q.

   Calculer K_1, K_2 et $\underline{H}_0$ exactement pour $Q=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

3. Faire un tableau contenant les valeurs numériques décimales de $K_1, K_2, \underline{H}_0, \log K_1, \log K_2, H_{0,\mathrm{dB}}$ en fonction de $Q\in\left\{\dfrac{1}{2\sqrt{2}},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{5}\right\}$

4. La forme (2) de $\underline{H}$ est le produit d'une constante et des fonctions de transfert de deux filtres simples : $\underline{H}=\underline{H}_0\cdot\underline{H}_1\cdot\underline{H}_2$. Quels sont ces filtres ? Justifier que dans le diagramme de Bode, ce produit devient l'addition des courbes correspondantes, tant pour le gain en décibels que pour le déphasage introduit par le filtre.

5. Choisir une des lignes du tableau de la question 3, placer ω_0 au centre de l'échelle horizontale, tracer les diagrammes asymptotiques de $\underline{H}_0, \underline{H}_1$ et $\underline{H}_2$ (sans les points exacts) dans des couleurs différentes, pour le gain et la phase.

6. En déduire par addition graphique, sur un autre diagramme, le Bode amélioré de $\underline{H}$. On placera les points exacts, puis on tracera enfin l'allure des courbes réelles.