

DM 7 – ALI IDÉAL

CORRECTION

1.A1.) L'ALI idéal n'est pas bouclé ; on utilise sa caractéristique en tension : ici $v_s = \text{sgn}(\varepsilon) V_{\text{sat}}$ (on a simplifié le modèle avec des valeurs opposées pour $V_{\text{sat}+}$ et $V_{\text{sat}-}$).

Comme $\varepsilon = V_+ - V_-$, l'ALI compare ces deux potentiels.

On obtient par le diviseur de tension $V_+ = \frac{R}{R+R_0} E_0 = 4 \text{ V}$.

On en déduit que $v_s = \begin{cases} +V_{\text{sat}} & \text{si } 0 < v_e < 4 \text{ V} \\ -V_{\text{sat}} & \text{si } 4 < v_e < 10 \text{ V} \end{cases}$

1.A.2) Le triangle croît de 0 à $\frac{T}{4}$, durée pendant laquelle il passe de 0V à 6V.

L'évolution de la tension est linéaire (triangle donc droite) : il atteint donc $4 \text{ V} = \frac{2}{3} \times 6 \text{ V}$ à la date $t_1 = \frac{2}{3} \times \frac{T}{4} = \frac{T}{6}$. Par symétrie, il atteint cette valeur en redescendant à la date $t_2 = \frac{T}{2} - t_1 = \frac{T}{3}$.

La durée pendant laquelle $v_e = V_- > V_+$, donc $\varepsilon < 0$, donc $v_s = -V_{\text{sat}}$ est donc $\Delta t_{\text{bas}} = t_2 - t_1 = \frac{T}{6}$.

Le reste du temps, donc pendant $\Delta t_{\text{haut}} = \frac{5T}{6}$, soit 5 fois plus longtemps, la sortie vaut $v_s = +V_{\text{sat}}$ car $v_e = V_- < V_+$.

B) Les courants entrants dans l'ALI sont nuls : les résistances ne servent à rien.

Avec des notations évidentes (haut et bas), on a donc $V_{-H} = E_2 = 4 \text{ V}$ et $V_{+B} = E_1 = 2 \text{ V}$. Et évidemment $V_{+H} = V_{-B} = v_e$.

Par ailleurs, on a $v_s = V_{sH} - V_{sB}$.

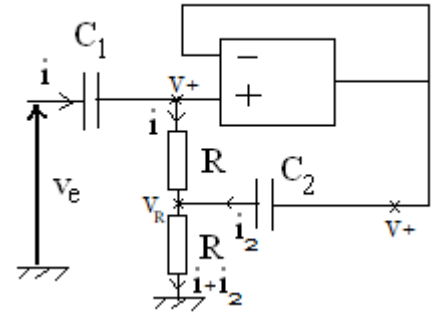
On déduit des caractéristiques des ALI $V_{sH} = \begin{cases} -V_{\text{sat}} & \text{si } v_e < 4 \text{ V} \\ +V_{\text{sat}} & \text{si } v_e > 4 \text{ V} \end{cases}$ et $V_{sB} = \begin{cases} +V_{\text{sat}} & \text{si } v_e < 2 \text{ V} \\ -V_{\text{sat}} & \text{si } v_e > 2 \text{ V} \end{cases}$ et

finalement $v_s = \begin{cases} -2V_{\text{sat}} & \text{si } 0 < v_e < 2 \text{ V} \\ 0 & \text{si } 2 < v_e < 4 \text{ V} \\ +2V_{\text{sat}} & \text{si } 4 < v_e < 8 \text{ V} \end{cases}$

2.a) Le fonctionnement linéaire de l'ALI n'est pas certain car les deux bouclages de S vers + et vers - sont présents.

2.b) Comme le fonctionnement linéaire est admis, on retrouve le potentiel V_+ en V_- . On le retrouve aussi en sortie de l'ALI par le bouclage de S sur -.

On introduit les courants et potentiels sur le schéma ci-contre.



Le courant i_+ est nul. Aucune association n'est possible, ni série, ni dérivation.

On en déduit les lois

$$\begin{cases} i = j\omega C_1(V_e - V_+) \\ i = \frac{1}{R}(V_+ - V_R) \\ i_2 = j\omega C_2(V_+ - V_R) \\ i + i_2 = \frac{1}{R}V_R \end{cases} \quad \text{où il faut éliminer } V_+, V_R, i_2.$$

Les deux dernières équations donnent $i + j\omega C_2(V_+ - V_R) = \frac{1}{R}V_R$ soit

$$(1 + j\omega R C_2)V_R = j\omega R C_2 V_+ + R i \quad \text{et la deuxième est } V_R = V_+ - R i \quad \text{qu'on remplace :}$$

$$(1 + j\omega R C_2)(V_+ - R i) = j\omega R C_2 V_+ + R i.$$

Il reste $(1 + j\omega R C_2)(V_+ - R i) = j\omega R C_2 V_+ + R i$ donc $V_+ = (2 + j\omega R C_2) R i$ qu'on remplace dans la première $V_e = V_+ + \frac{1}{j\omega C_1} i$ soit $V_e = \left[2R + j\omega R^2 C_2 + \frac{1}{j\omega C_1} \right] i.$

On en déduit $A = 2R$; $B = R^2 C_2$ et $D = C_1$.

2.c) Tout se passe comme si on avait un circuit r,L,C série avec $r = 2R$, $L = R^2 C_2$ et $C = C_1$.

Pour obtenir l'ED sous forme canonique, il faut un coefficient 1 devant la dérivée seconde :

$$(j\omega)^2 i + \frac{2}{R C_2} (j\omega) i + \frac{1}{R^2 C_1 C_2} i = \frac{1}{R^2 C_2} (j\omega) V_e \quad \text{soit} \quad \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{2}{R C_2} \frac{di}{dt} + \frac{1}{R^2 C_1 C_2} i = \frac{1}{R^2 C_2} \frac{dV_e}{dt} \quad \text{ce qui}$$

donne $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$, puis $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{2}{R C_2}$: $Q = \frac{R C_2 \omega_0}{2} = \frac{R C_2}{2} \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$ donc $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}.$