

ÉTUDE D'UN FLIPPER

On étudie le flipper dont un schéma de principe est représenté page suivante.

La bille est assimilée à un point matériel M de masse m , qui se déplace sans frottement dans le plan de jeu du flipper. Ce plan de jeu est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On considère que la trajectoire de cette bille est guidée par un rail rectiligne dans la direction y , de longueur $PA = L$, puis par un rail en forme de demi-cercle, de centre Ω et de rayon a . On considérera que le contact entre la bille et les guides se font eux aussi sans frottement.

La bille est propulsée par un ressort de masse négligeable, de constante de raideur k , de longueur à vide l_0 .

On prendra l'origine de l'axe (Oy) à l'extrémité libre du ressort, lorsqu'il n'est soumis à aucune contrainte : $PO = l_0$.

$\vec{e}_\xi$, $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$, $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$ sont des vecteurs unitaires.

1°) Questions de cours

- a- Etablir l'expression du vecteur position, de la vitesse et de l'accélération pour un mouvement circulaire de centre Ω et de rayon a .
- b- Montrer que le poids de la bille dérive d'une énergie potentielle $E_{pot\ pes}$ dont on donnera l'expression en fonction de ξ .
- c- Montrer que la force de rappel élastique exercée par le ressort sur la bille dérive de l'énergie potentielle : $E_{pot\ el} = \frac{1}{2} k y^2$.
- d- Calculer soigneusement le travail d'une force de contact sans frottement.

2°) Lancer de la bille

Un dispositif adéquat dépose la bille sur le ressort, en O . Le joueur comprime alors le ressort d'une longueur d (c'est-à-dire $y = -d$), puis libère le tout à un instant que l'on peut choisir comme origine des temps $t = 0$.

- a- Montrer que l'énergie mécanique se conserve pendant le mouvement. Calculer l'énergie mécanique à l'instant initial.
- b- Déterminer la distance y_{max} que serait susceptible de parcourir la bille si le rail rectiligne était de longueur infini.
- c- En considérant que le rail rectiligne est en fait de longueur finie $PA = L$, établir une relation que d doit satisfaire pour que la bille atteigne A . On établira cette relation à l'aide de k , m , g , α , L et l_0 .
Décrire le mouvement si cette condition n'est pas atteinte.

3°) Bille sur le rail circulaire

On considère dans la suite que d est suffisant pour que la bille atteigne le rail circulaire.

On considère qu'à un instant donné, la bille est située en un point du rail circulaire repéré par l'angle θ , où sa vitesse est v (en norme).

- a- Donner l'expression du poids à l'aide du vecteur $\vec{e}_\xi$, puis de $\vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$, et enfin en fonction de $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_z$.

Pour la suite, on pourra remarquer que le plan du jeu exerce sur la bille une force normale (car sans frottement) dans la direction $\vec{e}_z$,

et que le rail circulaire exerce sur la bille une force normale (car sans frottement) dans la direction $-\vec{e}_r$.

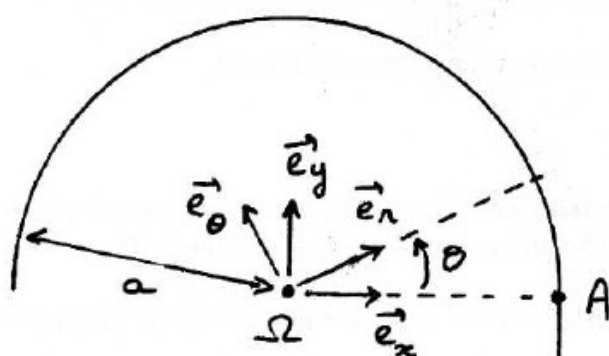
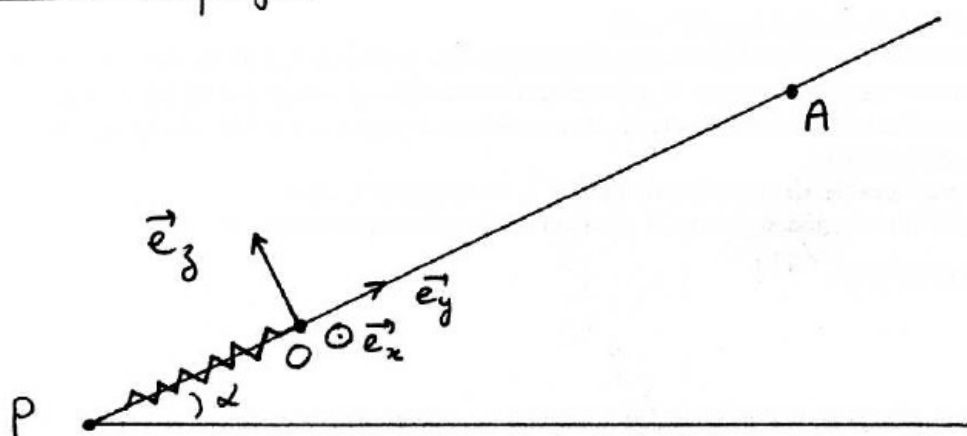
- b- Donner l'expression de la force de contact exercée par le rail circulaire sur la bille en fonction de m , v , a , g , α et θ , puis, en éliminant la vitesse v , en fonction de k , d , a , m , g , α , d , L , l_0 et θ .

On pose $\psi = \frac{k d^2 - 2mg \sin \alpha (d + L - l_0)}{a}$. Montrer qu'il y a contact tant que : $\sin \theta \leq \frac{\psi}{3mg \sin \alpha}$.

On pourra remarquer que ψ est supposé positif dans toute la question 3°).

- c- A quelle condition sur ψ la bille peut-elle effectuer tout le tour du demi-cercle ?
- d- Si cette condition n'est pas remplie, où la bille perd-elle le contact avec le rail circulaire ?
- e- En considérant que d est faible par rapport à $L - l_0$, simplifier les conditions établies sur d au 2°) c- et au 3°) c-.

vue de profil



vue dans le plan de jeu

