

TD 17 – MOUVEMENT D'UNE CHARGE DANS DES CHAMPS UNIFORMES ET CONSTANTS

1. Champ B : vitesse initiale quelconque

Une particule chargée pénètre dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}$, avec une vitesse initiale quelconque $\vec{v}_0$, qui n'est donc pas perpendiculaire au champ.

Introduire le repère cartésien adapté au problème, et un angle α pertinent concernant $\vec{v}_0$.

Obtenir les équations horaires de la particule, puis démontrer que le mouvement de la particule est une hélice dont on donnera la nature, droite ou gauche (une hélice droite correspond à un tire-bouchon), le rayon et le pas (distance parcourue après un tour selon l'axe).

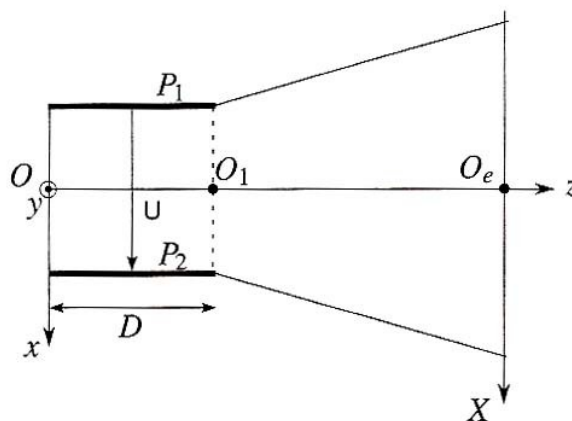
2. Action d'un champ magnétique sur un proton ou un électron

Un électron et un proton, de même énergie cinétique, décrivent des trajectoires circulaires dans un champ magnétique uniforme. On les suppose non relativistes.

Comparer leur vitesse, le rayon de leur trajectoire et leur période.

3. Déflexion électrique dans un oscilloscope (Banque PT 2000)

Dans tout l'exercice on se place dans un référentiel galiléen, associé à un repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Une zone de champ électrique uniforme (voir figure) est établie entre les plaques P_1 et P_2 (le champ est supposé nul en dehors et on néglige les effets de bord); la distance entre les plaques est d , la longueur des plaques D et la différence de potentiel est $U = V_{P_2} - V_{P_1}$ positive. Des électrons (charge $q = -e$, masse m) accélérés pénètrent en O dans la zone de champ électrique uniforme avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$ selon l'axe Oz .



1. Etablir l'expression de la force subie par les électrons en fonction de U , q , d et $\vec{u}_x$.

2. Etude du mouvement des électrons

a. Déterminer l'expression de la trajectoire $x = f(z)$ de l'électron dans la zone du champ en fonction de d , U et v_0 .

b. Déterminer le point de sortie K de la zone de champ ainsi que les composantes de la vitesse en ce point.

c. Montrer que dans la zone en dehors des plaques, le mouvement est rectiligne uniforme.

d. On note L la distance $O_1 O_e$ (voir figure). Déterminer l'abscisse X_P du point d'impact P de l'électron sur l'écran en fonction de U , v_0 , D , d et L .

4. Spectromètre de masse (BTS chimiste)

Le spectromètre de masse permet de mesurer la masse des particules chargées avec une telle précision qu'il peut servir à déterminer des compositions isotopiques d'éléments chimiques. Dans cet exercice, on va voir qu'il permet de déterminer la composition isotopique du mercure.

Une source émet des ions mercure $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$. Ces ions passent dans le spectromètre de masse où ils sont accélérés puis séparés afin de mesurer leur rapport isotopique. Les données numériques nécessaires sont regroupées en fin d'exercice.

1. Accélération des ions.

Des ions de masse m et de charge $q > 0$ sont émis par une source située en F_1 , sans vitesse initiale. Ils sont accélérés entre F_1 et F_2 par une différence de potentiel U appliquée entre les plaques conductrices P_1 et P_2 .

a. Préciser la plaque de potentiel le plus élevé, représenter sur le schéma le champ accélérateur $\vec{E}_0$ qui règne dans l'entrefer séparant F_1 de F_2 . Calculer numériquement la valeur de $\|\vec{E}_0\|$.

b. Etablir l'expression littérale de la vitesse v_0 des ions sur la plaque P_2 .

c. Calculer numériquement v_{01} et v_{02} , les vitesses respectives des ions $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$ à leur arrivée en F_2 .

Etant donné que l'hypothèse de vitesse nulle en F_1 est difficile à réaliser en pratique, il existe une certaine dispersion des vitesses en F_2 et il est nécessaire de réaliser un filtrage en vitesse pour améliorer les performances de l'appareil.

2. Filtre de vitesse.

Les ions traversent la plaque P_2 par la fente F_2 avec un vecteur vitesse perpendiculaire à P_2 . Ils entrent dans l'espace séparant P_2 et P_3 où règnent :

- un champ $\vec{E}_1$ uniforme situé dans le plan du schéma et parallèle à P_2 ;
- un champ $\vec{B}_1$ uniforme perpendiculaire au plan du schéma.

a. Sous quelle condition les ions peuvent-ils avoir une trajectoire rectiligne les amenant de F_2 à F_3 ?

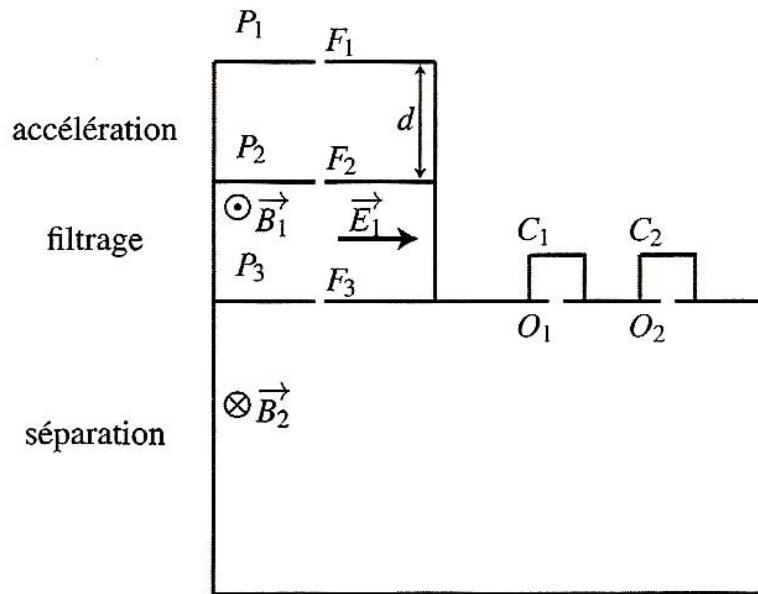
b. En déduire que seuls les ions de vitesse $v_0 = \frac{E_1}{B_1}$ parviennent en F_3 .

c. Calculer numériquement cette vitesse et en déduire quel isotope du mercure parvient en F_3 avec ces réglages.

Pour mesure la composition isotopique du mercure, on règle la valeur de $\vec{E}_1$ pour assurer le passage de $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ pendant 1 min puis on change sa valeur pour que les ions $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$ passent pendant 1 min. Pendant cette opération, la valeur de $\vec{B}_1$ reste constante.

3. Séparation des ions.

Après F_3 , les ions pénètrent dans une région où ne règne qu'un champ magnétique uniforme $\vec{B}_2$ normal au plan du schéma. Ils sont déviés vers les collecteurs C_1 et C_2 .

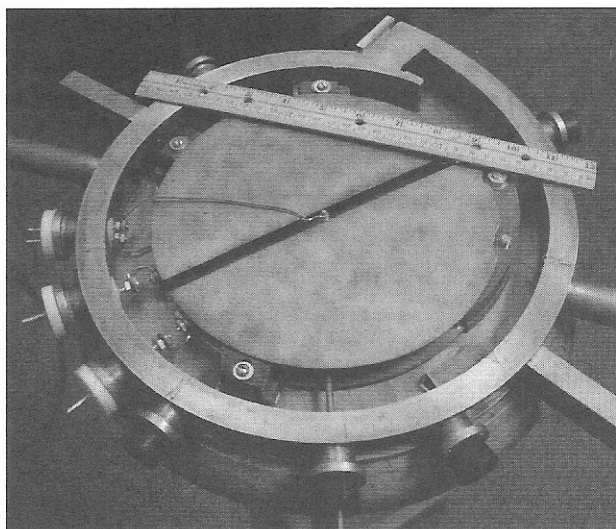
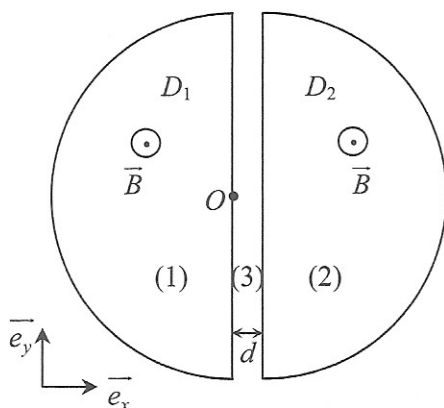


- Montrer que le mouvement d'un ion dans cette région est uniforme.
- Sachant que la trajectoire des ions est circulaire, déterminer son rayon R_1 pour les ions $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et R_2 pour les ions $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$.
- Déterminer le collecteur (C_1 ou C_2) qui reçoit $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et celui qui reçoit $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$.
- La distance δ qui sépare les points O_1 et O_2 paraît-elle suffisante pour installer des détecteurs de particules.
- Les quantités d'électricité reçues en 1 minute par les collecteurs C_1 et C_2 sont $Q_1 = 1,20 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ et $Q_2 = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Déterminer la composition du mélange d'ion et en déduire la masse atomique du mercure.

Données numériques utiles : $d = 1,00 \text{ m}$; $U = 1,00 \cdot 10^4 \text{ V}$; $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; unité de masse atomique : $1u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (masse d'un nucléon) ; $E_1 = 5,30 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$; $B_1 = 0,383 \text{ T}$; $B_2 = 0,200 \text{ T}$; $F_3 O_1 = 1,44 \text{ m}$; $F_3 O_2 = 1,45 \text{ m}$.

5. Cyclotron

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 (région (1)) et D_2 (région (2)), appelées *dees* en anglais, dans lesquelles règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$; entre ces deux dees, une bande étroite de largeur d (région (3)) est plongée dans un champ électrique alternatif de module constant E , mais qui change de sens.



On introduit au point $O(0,0,0)$ une particule de charge $q > 0$, sans vitesse initiale ; la tension $U_{D_1D_2}$ est alors positive.

1. Quelle est la nature du mouvement de la particule dans la région (3), avant qu'elle ne pénètre dans la région (2) où règne un champ magnétique ? Calculer la vitesse v_1 de la particule lorsqu'elle pénètre dans la région (2).
 2. a) Quelle est la nature du mouvement de la particule dans la région (2) ? Déterminer la trajectoire parcourue ainsi que ses caractéristiques.
b) Quelle est la vitesse de la particule lorsqu'elle sort de la région (2) ?
 3. Pendant que la particule était dans la région (2), le signe de la tension $U_{D_1D_2}$ a changé. Quelle est la nature du mouvement de la particule dans la région (3), avant qu'elle ne pénètre dans la région (1) ? Calculer la vitesse v_2 de la particule lorsqu'elle pénètre dans la région (1).
 4. La particule est à nouveau déviée dans la zone (1).
a) Quelle est la nature de sa trajectoire ?
b) Exprimer la durée de cette trajectoire. Montrer que cette durée a la même valeur à chaque passage dans la zone (1), et permet de calculer le rapport $\frac{q}{m}$.
 - c) En déduire la fréquence de la tension alternative $U_{D_1D_2}$ nécessaire pour accélérer la particule à chacun de ses passages entre les *dees*, en négligeant le temps de passage dans la région (3).
 5. a) Après n passages dans la région (3), quelle est la vitesse v_n de la particule ?
b) Quel est l'intérêt du passage de la particule dans la région (3) ?
 6. Un cyclotron a un diamètre maximal utile de 52 cm.
a) Calculer, en joules puis en MeV, l'énergie cinétique maximale des protons (de masse m_p) accélérés par ce cyclotron lorsque la fréquence de l'oscillateur électrique qui accélère les protons entre chaque *dee* est de 12 MHz. Quelle est alors la valeur du champ magnétique ?
b) L'amplitude de la tension alternative appliquée entre les deux *dees* est de 200 kV. Calculer le nombre de tours effectués par les protons pour atteindre leur énergie cinétique maximale.
- Données : $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.