

À lire avec soin avant de commencer :

Les résultats doivent toujours être exprimés sous forme littérale avant d'en donner une application numérique (si elle est demandée) : aucun calcul semi-numérique n'est admis.

On demande d'encadrer les résultats littéraux et de souligner les résultats numériques pour les mettre en évidence. De manière générale, il sera tenu compte dans la notation des qualités de présentation et de rédaction de la copie : l'utilisation pertinente de couleurs est recommandée, et le texte, particulièrement les indices, doit être parfaitement lisible, et écrit au stylo ; les parties jugées fausses doivent être rayées proprement.

Toutes les affirmations doivent notamment être justifiées avec précision. Aucune phrase incomplète n'est acceptable.

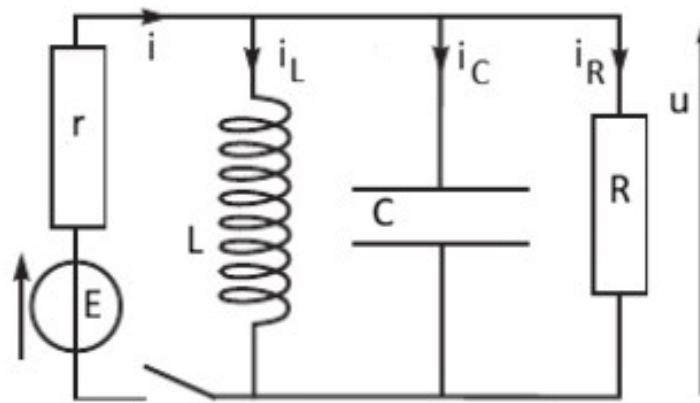
La manipulation des unités dans les applications numériques est imposée.

CALCULATRICES INTERDITES**I – RÉPONSE D'UN CIRCUIT PARALLÈLE À UN ÉCHELON DE TENSION – 5 PTS**

Sur le schéma du montage ci-dessous, le générateur de tension est idéal, de force électromotrice E constante.

Tant que l'interrupteur est ouvert, le condensateur de capacité C est déchargé, et la bobine d'inductance L n'est parcourue par aucun courant. Les deux résistances r et R présentes dans le circuit ont des valeurs a priori différentes.

À $t=0$, l'interrupteur est fermé instantanément, et l'on cherche à déterminer l'évolution future du réseau électrique.



1. Obtenir, sans chercher à le simplifier pour l'instant, le système des cinq équations (valables à toute date positive) reliant les cinq grandeurs électriques variables inconnues i , i_R , i_C , i_L et u .

2. Déterminer en fonction des constantes les valeurs de ces cinq grandeurs juste après la fermeture de l'interrupteur, date notée $t=0_+$.

3. Démontrer que $\frac{di_R}{dt}(0_+) = \frac{E}{rRC}$.

4. Déterminer en fonction des constantes les valeurs des cinq grandeurs électriques inconnues au bout d'une durée très grande ($t \rightarrow +\infty$).

5. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u , et en déduire celle vérifiée par l'intensité i_R .

6. Les valeurs des dipôles sont choisies pour que le régime soit critique : obtenir l'expression complètement déterminée de $i_R(t)$.

7. En déduire la valeur maximale $i_{R,\max}$ qu'elle atteint lors du régime transitoire, d'abord en fonction de toutes les caractéristiques des dipôles, puis en fonction de E , R et r seulement.

Tracer l'allure de la courbe de $i_R(t)$ en indiquant avec soin les propriétés des points particuliers (origine des dates, maximum).

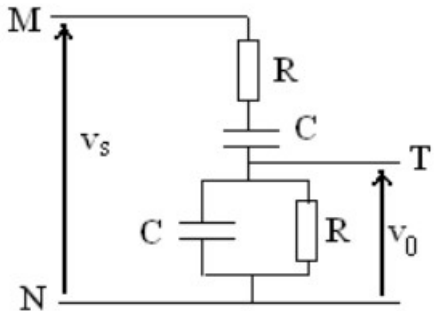
II – FABRICATION D'UN OSCILLATEUR – 3,5 PTS

On suppose dans toute cette partie les circuits en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω . L'ALI utilisé est idéal, en fonctionnement linéaire.

1. Dans le circuit ci-contre, où les deux résistances sont identiques, et les deux condensateurs également, obtenir l'impédance complexe Z_1 du dipôle TN, puis l'impédance Z_2 du dipôle MT.

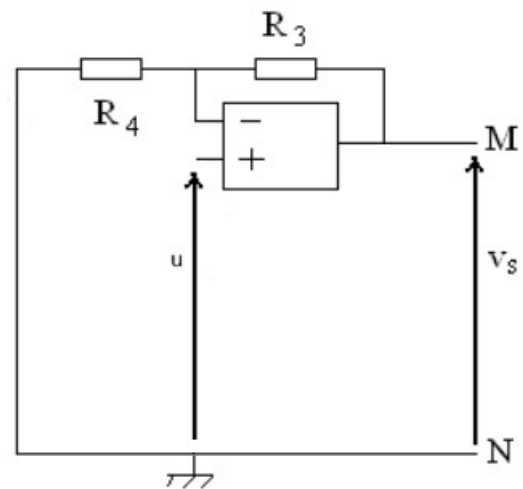
Aucun courant ne sort par le point T du circuit.

2. En déduire le rapport complexe $\underline{K} = \frac{v_0}{v_s}$, en fonction de R, C et ω , pulsation du régime sinusoïdal.

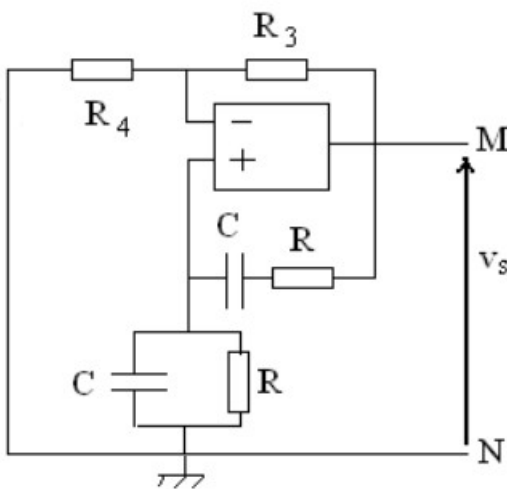


3. Comment se nomme le montage ci-contre ?

Démontrer qu'on obtient $\frac{v_s}{u} = \alpha$, où α est un nombre réel supérieur à l'unité dont on donnera l'expression en fonction de R_3 et R_4 .



On combine les deux montages pour obtenir le circuit schématisé ci-dessous :



4. Le fonctionnement linéaire de l'ALI est-il certain ? Justifier précisément.

On l'admettra si ce n'est pas le cas.

5. Démontrer qu'on obtient alors $\underline{K} v_s = \frac{1}{\alpha} v_s$.

On constate qu'en choisissant correctement les valeurs de R_3 et R_4 on obtient en sortie une tension sinusoïdale v_s dont on note la pulsation ω_0 : on obtient donc une sortie non nulle.

6. Quelle doit être alors la relation entre $\underline{K}$ et α ?

7. Exprimer alors R_3 en fonction de R_4 , et donner l'expression de la pulsation obtenue ω_0 en fonction de R et C.

III – LECTURES GRAPHIQUES – 4 PTS

Les questions 1 et 2 sont complètement indépendantes et ne concernent pas le même filtre.

1. On visualise à l'oscilloscope les deux tensions suivantes, respectivement la tension $e(t)$ appliquée en entrée d'un filtre, et la tension $s(t)$ récupérée après filtrage.

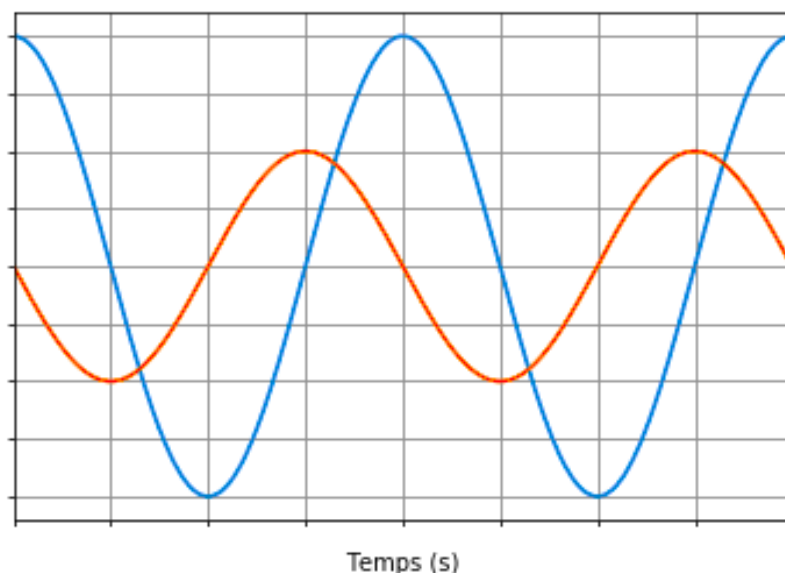
On constate sur l'oscillogramme ci-dessous que l'entrée voie 1 est en avance sur la sortie voie 2.

Réglages de l'oscilloscope :

- base de temps : 1 ms/div
- voie 1 : 5 V/div
- voie 2 : 1 V/div

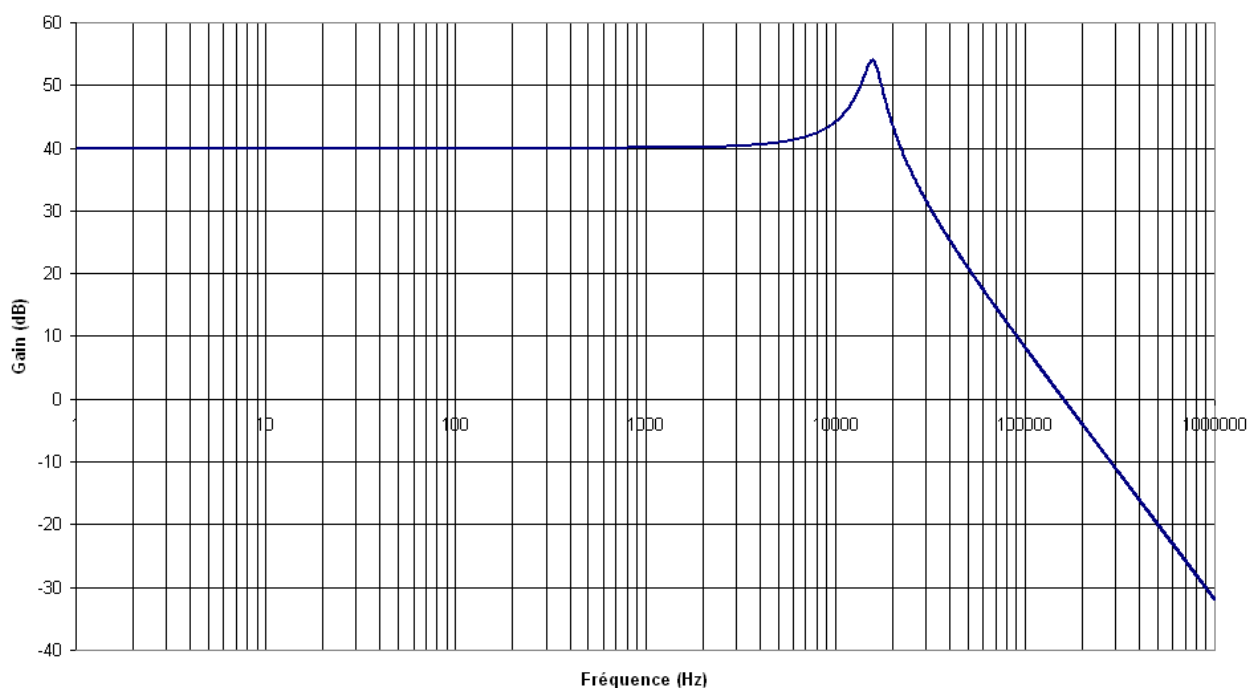
a. Déterminer la valeur de la fréquence f des signaux, ainsi que leur pulsation ω , (qu'on écrira comme un multiple de π).

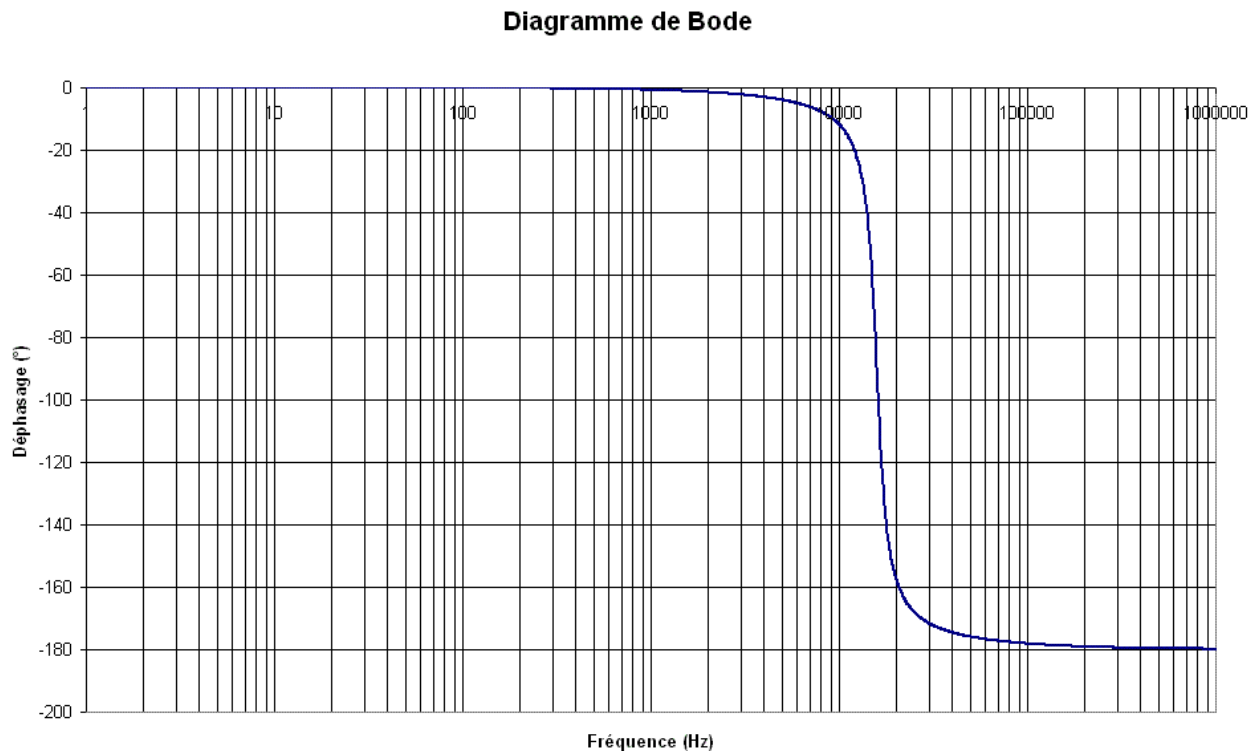
b. Obtenir, en rédigeant avec soin les affirmations, la valeur numérique de la fonction de transfert complexe $\underline{H}$ du filtre à cette pulsation.



2. On donne le diagramme de Bode suivant :

Diagramme de Bode





a. À quelle fréquence l'amplitude de la sortie est-elle 10 fois supérieure à celle de l'entrée ?

b. À quelle fréquence la sortie retarde-t-elle sur l'entrée de $4/9$ de période ?

c. Quelle est la nature de ce filtre ? (*domaines coupés ou passants d'après les courbes*)

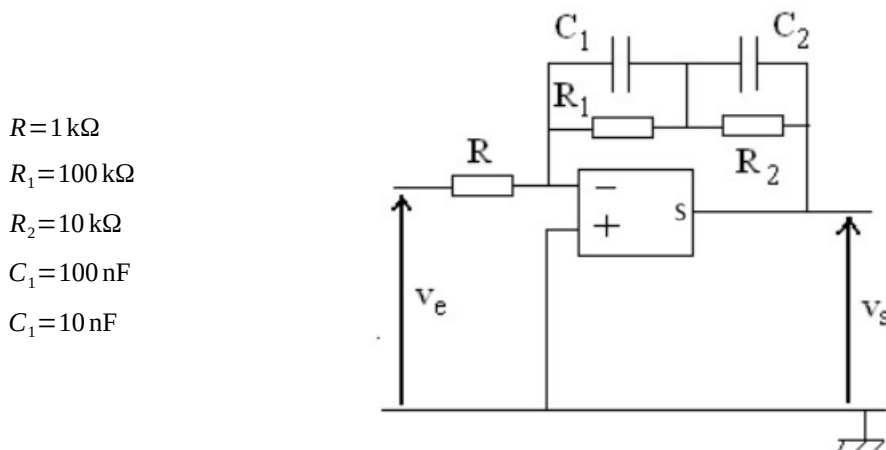
Que vaut la pente de l'asymptote oblique en haute fréquence ? (*justifier évidemment : donner des valeurs lues...*)

Quel est son ordre ? (*justifier précisément : on utilisera le fait que l'ordre du filtre est le degré le plus élevé en ω dans l'expression de H écrite sous forme de rapport de polynômes en ω*)

d. Quelle est la valeur en décibels de son facteur de qualité $Q_{dB} = 20 \log Q$? (*la théorie n'est pas demandée*)

IV – UN FILTRE SUR UNE BASE D'AMPLIFICATEUR INVERSEUR – 7,5 PTS

On considère le montage suivant, où l'ALI est idéal en fonctionnement linéaire.



1. Cours sur l'ALI

a. Tracer sur la copie la courbe définissant le fonctionnement d'un ALI supposé non idéal, de gain A : tension de sortie s en fonction d'une grandeur d'entrée à définir avec soin.

Donner alors la relation qui relie s , A , et cette entrée.

b. Que devient cette courbe lorsque l'ALI est supposé idéal ? Donner alors les types de fonctionnement de l'ALI, et dans quel cas (pour quelles valeurs de l'entrée).

2. Le montage ci-dessus est basé sur l'amplificateur inverseur : on a $\underline{H} = -\frac{\underline{Z}}{R}$, où $\underline{Z}$ est l'impédance dans la boucle de rétroaction.

Sans chercher pour l'instant à expliciter $\underline{Z}$, prouver cette affirmation.

3. Avec les circuits simplifiés en basses et hautes fréquences, déterminer rapidement la nature du filtre ainsi construit.

4. On obtient (voir question 5) que la fonction de transfert du filtre obtenu est $\underline{H} = K \cdot \underline{H}_1 \cdot \underline{H}_2 \cdot \frac{1}{\underline{H}_0}$, où K est un réel négatif, et où chaque $\underline{H}_k$, $k \in \{0; 1; 2\}$ est la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 1 (de gain maximal 1 : sans décalage vertical).

Chaque filtre est centré sur la pulsation ω_k avec $\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1} = 100 \text{ rad/s}$ et $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} = 10 \text{ krad/s}$. La pulsation ω_0 a une expression plus compliquée en fonction des valeurs des dipôles : on admet qu'elle se trouve au milieu, en échelle logarithmique, de ω_1 et ω_2 .

a) Calculer numériquement ω_0 .

b) Cours : Donner la forme canonique d'un filtre passe-bas d'ordre 1 de gain maximal 1 en fonction de la pulsation réduite x .

Construire en prouvant toutes les affirmations le diagramme de Bode asymptotique pour le gain et pour la phase de ce filtre.

Donner l'expression de la fonction de transfert à l'intersection des asymptotes, puis le gain en décibels et la phase correspondants. Tracer l'allure des courbes exactes.

c) Grâce à la donnée de la question 2, à la réponse à la question 3, aux valeurs des dipôles données avec le schéma du circuit, et à l'expression fournie de $\underline{H}$ dans l'intitulé principal de cette question, obtenir la valeur du réel K .

d) D'après cette expression fournie de $\underline{H}$, construire le diagramme de Bode asymptotique du gain du filtre, en justifiant précisément la construction.

On fera, pour déterminer la position verticale du diagramme, l'approximation $R_2 \ll R_1$ dans le calcul concernant le réel K .

5. En explicitant maintenant l'impédance $\underline{Z}$, obtenir la fonction de transfert $\underline{H}$ sous la forme donnée dans l'intitulé de la question 4. Obtenir au passage l'expression littérale de la pulsation ω_0 .