

TD 17 – MOUVEMENT D'UNE CHARGE ÉLECTRIQUE – CORRECTION

1. Champ B : v initiale quelconque

On définit $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0z})$, avec l'angle $(\vec{u}_x, v_{0z}) = \alpha$.

Selon z, on trouve que $v_z = v_{0z}$, cte.

On obtient un mouvement circulaire dans le plan xOy, de pulsation $\omega = \frac{|q|B}{m}$, et de rayon

$$R = \frac{m v_{0x}}{|q|B}.$$

La particule fait donc un tour en une période $T = 2\pi \frac{m}{|q|B}$, durée pendant laquelle est avancée de

$$h = |v_{0z}|T \text{ sur l'axe, soit } h = 2\pi \frac{m |v_{0z}|}{|q|B} = 2\pi R \frac{|v_{0z}|}{v_{0x}} \text{ donc } h = 2\pi R \tan|\alpha|.$$

Si la particule est positive, le cercle est dans le demi-plan inférieur (3 doigts) : on voit que $\alpha > 0 \Leftrightarrow$ hélice gauche, et c'est le contraire si la particule est négative, ou bien si $\alpha < 0$.

Donc hélice droite (tire-bouchon) si et seulement si $q\alpha < 0$.

Le tire-bouchon correspond au cas où la rotation et l'avancée selon l'axe sont en accord avec la règle d'enroulement.

2. Action d'un champ magnétique sur un proton ou un électron

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2, \text{ égales donc } m_p v_p^2 = m_e v_e^2 : \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \ll 1.$$

$$\text{On a } R = \frac{m v}{|q|B}, \text{ avec } B \text{ et } |q| = e, \text{ identiques pour les deux : } \frac{R_p}{R_e} = \frac{m_p}{m_e} \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \gg 1$$

$\omega = \frac{v}{R}$ est inversement proportionnel à m : $\omega_p \ll \omega_e$, et la période est inversement proportionnelle à ω : $T_p \ll T_e$.

$$\frac{m_p}{m_e} = 1823 \text{ et } \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} = 42,7$$

3. Déflexion électrique dans un oscilloscope (Banque PT 2000)

1. La tension U étant dirigée selon l'axe x, le champ électrique est dans l'autre sens : $\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{u}_x$.

Il n'y a pas de champ magnétique : la force de Lorentz est purement électrique : $\vec{F}_L = q \vec{E} = \frac{eU}{d} \vec{u}_x$

2. a. cf cours (mvt à vecteur accélération constant : $\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{eU}{md} t \vec{u}_x$, soit $\vec{v} = \left(\frac{eU}{md} t, v_0 \right)_{x,z}$, qu'on

intègre une seconde fois (M est en O à la date nulle) : $\vec{OM} = \vec{v}_0 t + \frac{eU}{2md} t^2 \vec{u}_x$, soit

$$\vec{OM} = \left(\frac{eU}{2md} t^2, v_0 t \right)_{x,z}.$$

On en tire $t = \frac{z}{v_0}$, puis $x = \frac{eU}{2mdv_0^2} z^2$

b. On sort de la zone quand $z = z_K = D$, donc $t_K = \frac{D}{v_0}$, $x_K = \frac{eUD^2}{2mdv_0^2}$, et en remplaçant la date dans l'expression de la vitesse $\vec{v}_K = \left(\frac{eUD}{mdv_0}, v_0 \right)$.

2. c. Pas de force, donc application directe du principe d'inertie.

(En fait, on néglige le poids par rapport à la force de Lorentz, et ici, il est seul, donc on ne peut pas vraiment le négliger : les électrons décriront une parabole de chute libre... Mais si la vitesse en K est grande, la courbure de la trajectoire ne sera pas visible).

2.d. La trajectoire est rectiligne, de vecteur vitesse $\vec{v}_K = \left(\frac{eUD}{mdv_0}, v_0 \right)$ constant.

On en déduit immédiatement $O_1 \vec{M} = O_1 \vec{K} + \vec{v}_K t$, en remettant la date à 0 :

$$O_1 \vec{M} = \left(\frac{eUD^2}{2mdv_0^2} + \frac{eUD}{mdv_0} t, v_0 t \right).$$

En P, on a donc $t = \frac{L}{v_0}$: $X_P = \frac{eUD^2}{2mdv_0^2} + \frac{eUDL}{mdv_0^2} = \frac{eUD}{2mdv_0^2} (D + 2L)$

4. Spectromètre de masse (BTS chimiste)

1.a. La force électrique doit être dirigée de F1 vers F2, donc le champ électrique également, puisque q positive.

La tension est donc de sens opposé : de F2 vers F1. F1 est donc au potentiel le plus élevé (autre façon de voir : les charges positives tendent à descendre les potentiels)

$$E_0 = U/d = 1,00 \cdot 10^4 \text{ V/m} = 10 \text{ kV/m}$$

1.b. Cas du cours exactement $v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$

1.c. On a dans les 2 cas $q = 2e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. La masse d'un ion est environ $m = Au$ (peu précis pour les noyaux lourds comme Hg...)

$$v_{01} = 138,4 \text{ km/s} \text{ et } v_{02} = 137,8 \text{ km/s}$$

2.a.b. Les deux forces doivent se compenser : la force électrique est vers la droite, la force magnétique doit être vers la gauche, de même norme égale à qE_1 .

La vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique, et si le mouvement est rectiligne, elle le restera : sa norme est donc qv_0B_1 .

Ce n'est donc possible que si $v_0B_1 = E_1$

2.c. $v_0 = 138,4 \text{ km/s}$: ce sont les ions les plus légers qui passent.

3.a. Cours : puissance Lorentz nulle, donc MU

3.b. Cours : RFD en cylindriques, de centre inconnu : $R_1 = \frac{mv_0}{2eB_2}$. $R_{11} = 72,24 \text{ cm}$, $R_{12} = 72,60 \text{ cm}$

3.c. C'est un demi cercle qui est parcouru : C1 reçoit donc les ions les plus légers.

3.d. On a $\delta = 2(R_{12} - R_{11}) = 7,2 \text{ mm}$, ce qui paraît suffisant;

3.e. Les charges sont les mêmes : la charge reçue est donc proportionnelle au nombre d'ions, donc à la quantité de matière.

La composition molaire est donc, en isotope 200 : $x_{200} = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = 77,4\%$ et

$$x_{202} = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} = 1 - x_{200} = 22,6\%$$

5. Cyclotron

Cyclotron

1. MCU Accélère (champ $\vec{E}$ uniforme)

$$qV_1 + 0 = qV_2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \quad ; \quad \boxed{v_1 = \frac{2q(V_1 - V_2)}{m}}$$

avec $V_1 - V_2 = U_{12} > 0$.

2. a) MCU : $\boxed{R_1 = \frac{mv_1}{qB}}$, avec le centre de coordonnées $(d; -R_1)$
car $q\vec{v}_1 \wedge \vec{B}$ est vers le bas.

b) v_1 car MCU.

3. Idem Q1: $qV_2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = qV_1 + \frac{1}{2}mv_2^2$

soit $v_2^2 = v_1^2 + \frac{2q}{m}(V_2 - V_1)$ donc

$$\boxed{v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU_{12}}{m}}} \text{ avec } U_{12} > 0.$$

4. a) MCU de rayon $\boxed{R_2 = \frac{mv_2}{qB}}$

b) La particule décrit un demi-cercle, avec $\omega_c = \frac{qB}{m}$ et
 $\omega_c = \dot{\theta}$, constante.

Comme l'angle parcouru est π , on a $\pi = \omega_c t$

donc $t = \frac{\pi}{\omega_c}$: $\boxed{t = \frac{\pi m}{qB}}$, indépendante de
de vitesse.

c) Une inversion de la tension dure t , donc la période

doit être $T = 2t$ donc $\boxed{f = \frac{qB}{2\pi m}}$

5. a) Par récurrence $v_n^2 = v_{n-1}^2 + \frac{2qU}{m}$, suite arithmétique;
on déduit $v_n^2 = \frac{2qU}{m} \cdot n$ soit $\boxed{v_n = \sqrt{\frac{2qU}{m} n}}$

b) Seule façon d'accélérer les particules.

6. a) On a environ $R_n = \frac{D}{2} = \frac{mv_n}{qB}$ Avec $qB = 2\pi m f$

donc $\frac{D}{2} = \frac{v_n}{2\pi f}$ soit $v_n = \pi f D$: $\boxed{E_{cn} = \frac{1}{2}m(\pi f D)^2}$

$$\boxed{B = 2\pi \frac{mf}{q}}$$

b) $E_{cn} = n qU$ donc $\boxed{n = \frac{E_{cn}}{qU}}$, nombre de demi-tours.