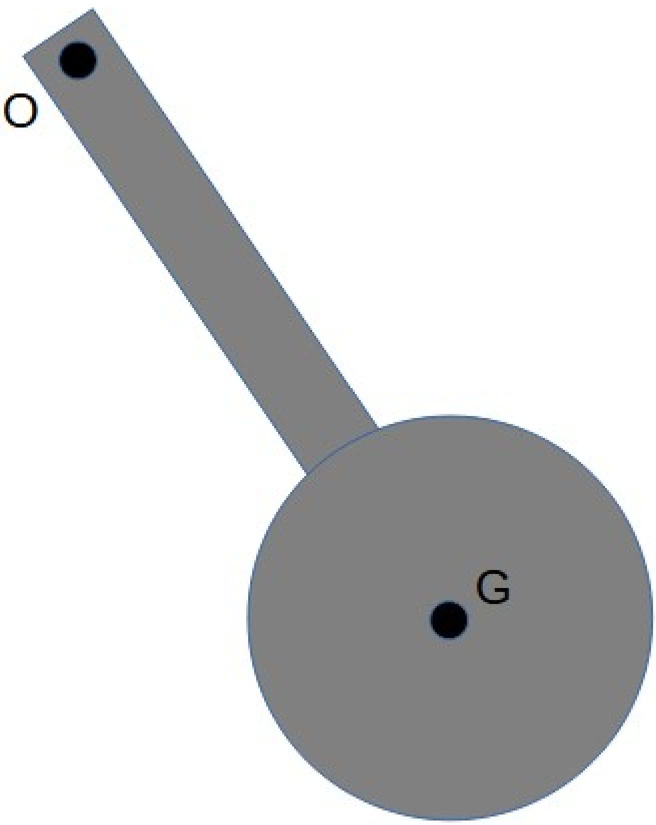
PCSI2 – Correction DM Pendule pesant



1. On a alors $J_G = \frac{1}{2} M R^2$
2. Le théorème de transport nous dit d'ajouter $M\,OG^2$ au moment par rapport à l'axe de révolution, donc $J = \frac{1}{2} M R^2 + M L^2$
3. Les forces qui s'appliquent sur le disque sont la réaction de l'axe et le poids, et il n'y a pas de couple puisque la liaison est idéale.

   Le moment de ces forces est nul, puisqu'elles s'appliquent sur l'axe de rotation : le TMC implique donc que $\mathring{\omega} = 0$, donc que la vitesse angulaire reste constante. Le disque ne se met donc pas à tourner.

   <u>Note pour les futurs PC</u> : il faut ajouter à ces forces la force d'inertie d'entraînement, mais elle est uniforme sur le disque et son moment est lui aussi nul…
4. <u>Situation 1</u> : c'est la situation usuelle du pendule pesant

   On calcule aisément le moment du poids $M_\Delta(\vec{P}) = -M\,g\,L \sin\theta$, et celui de la réaction est nul, d'où l'ED $J\ddot{\theta} = -M\,g\,L\sin\theta$, qui donne aux petits angles $\ddot{\theta} + \frac{M\,g\,L}{J}\theta = 0$, d'où la période des petites oscillations $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{M\,g\,L}}$.

   En remplaçant *J* par sa valeur, on obtient $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\sqrt{1 + \frac{1}{2}\frac{R^2}{L^2}}$.

Situation 2 : on ne peut pas utiliser le TMC puisque le pendule n'est plus un solide en rotation autour d'un axe fixe…

On peut utiliser la RFD mais il n'est pas totalement évident que la réaction de la tige sur le disque est radiale…

Avec l'énergie, c'est plus convaincant : l'énergie mécanique totale doit se conserver en l'absence de frottements.

Comme le disque ne tourne pas, tous ses points ont la vitesse $\vec{v}_G$ et son énergie cinétique est donc de l'énergie cinétique de translation $E_c=\frac{1}{2}M v_G^2$ soit $E_c=\frac{1}{2}M L^2\mathring{\theta}^2$.

Son énergie potentielle de pesanteur est $E_p=M g z_G=-M g L\cos\theta$.

La tige, sans masse, n'a ni E_c ni E_p .

Donc $E_m=\frac{1}{2}M L^2\mathring{\theta}^2-M g L\cos\theta$ qui se conserve : $\mathring{E}_m=0$ qui aboutit à l'ED usuelle du pendule simple, et donc à $T_2=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}<T_1$.

Note : on démontre ainsi que la réaction est à tout instant radiale, car perpendiculaire au mouvement, puisqu'elle ne peut pas travailler… (Comment transférer de l'énergie en l'absence de frottements ?)

5. Quand R tend vers 0, T_1 tend bien vers T_2 .
6. Non : M n'intervient pas dans l'expression des périodes.