TD 28 – ONDES

1. Détection du monoxyde de carbone dans l'atmosphère

La fonction carbonyle C=O se détecte grâce à un rayonnement électromagnétique « à 2170 cm^{-1} », ou assez proche, cela dépend un peu de l'environnement de la liaison.

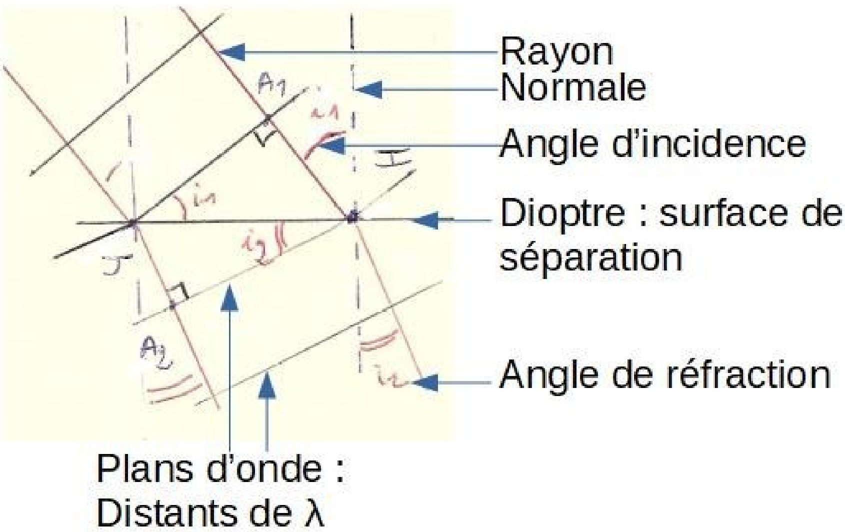
Sachant qu'on travaille dans le vide, obtenir toutes les propriétés de l'onde progressive utilisée.

2. Phase à l'origine des dates

Un signal sinusoïdal de fréquence $f=100\,\mathrm{Hz}$ de nature quelconque est généré par une source *S*. On choisit la date telle que la phase à l'origine des dates soit nulle pour l'onde émise en *S*. La célérité de l'onde dans le milieu est $c=1{,}5\,\mathrm{km/s}$. On s'intéresse à un point *M* situé à $D=50\,\mathrm{m}$ de *S* dans le sens de la propagation.

Calculer le retard temporel de l'onde en *M* et sa phase à l'origine des dates. La ramener dans le domaine $]-180\,°;+180]$.

3. Loi de la réfraction de Snell-Descartes



On travaille à petite échelle, celle de la longueur d'onde : à cette échelle, le dioptre, surface séparant les deux milieux, peut être assimilé à un plan, et les rayons incidents assimilés à des droites parallèles entre elles.

On note avec un indice 1 tout ce qui concerne le milieu d'incidence : n_1, v_1, λ_1 sont respectivement son indice optique, la célérité de l'onde dans ce milieu, et la longueur d'onde.

L'indice 2 est associé au milieu d'émergence.

On note *c* la célérité de la lumière dans le vide. On cherche à démontrer la loi de la réfraction.

a) Obtenir deux expressions de la distance IJ (l'une avec les indices 1, l'autre avec les indices 2, en fonction de la longueur d'onde dans le milieu et de l'angle du rayon avec la normale).

b) En déduire la relation de la réfraction, exprimée en fonction (seulement) des angles et des célérités : cette relation est valable pour toute onde, même élastique, et ne nécessite pas de notion d'indice du milieu.

c) Rappeler la définition de l'indice optique et en déduire la version optique, familière, de la loi de la réfraction.

4. Ondes dans un plasma

On peut démontrer, par une étude électromagnétique (voir spé), que les ondes transversales dans le plasma vérifient l'équation dite de dispersion suivante :

$$k^2 c_0^2 = \omega^2 - \omega_P^2$$

où $c_0 = 2{,}99 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$ est la célérité de lumière dans le vide et ω_P est appelée pulsation plasma, constante caractéristique du milieu, dépendant de la densité électronique.

Les ondes peuvent se propager dans le plasma lorsqu'il est possible de calculer leur longueur d'onde à partir de la relation de dispersion.

a) Pour quelles valeurs de leur pulsation ω, comparée à ω_P, les ondes se propagent-t-elles dans le plasma ?

b) Calculer la célérité *c* des ondes qui se propagent, en fonction de c_0, ω_P et ω, mais pas de *k*.

Étudier cette fonction de ω et tracer l'allure de la courbe. Que peut-on dire de *c* par rapport à c_0 ? N'est-ce pas étrange ?

c) En réalité, l'information transportée par les ondes se déplace à la vitesse dite de groupe définie par $v = \frac{d\omega}{dk}$. Calculer *v* en fonction de c_0, ω_P et ω, mais pas de *k*. Conclure.

5. Hauts-parleurs linéaires

On considère deux hauts-parleurs placés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre, émettant des ondes sonores progressives sinusoïdales à la même fréquence $f = 20000\ \mathrm{Hz}$.

L'amplitude commune des ondes sonores est $p = 3\ \mathrm{Pa}$, et leur phase à l'origine des dates est nulle.

La célérité du son dans l'air est $c = 340\ \mathrm{m/s}$.

a) Calculer la longueur d'onde λ de ces ondes sonores en centimètres.

L'un des hauts-parleurs est placé selon la demi-droite $[Ox)$, l'autre selon la demi-droite $[Oy)$. La zone d'interférence, où les ondes sonores s'ajoutent, est donc le quart de plan $[Oxy)$.

Les hauts-parleurs sont supposés infiniment étendus dans le modèle simplifié : ils occupent la totalité des demi-droites.

b) Faire un schéma.

Pour quels points *M* de la zone d'interférences la différence entre les chemins parcourus par les deux ondes est-elle nulle ? que peut-on dire des interférences en ces points ? qu'y vaut l'amplitude de l'onde sonore ?

Pour obtenir la distance d'un point à une source, on prendra simplement sa distance à l'un des axes.

c) Compléter le schéma à l'échelle : représenter en rouge tous les points de la zone d'interférence tels que les interférences sont constructives, et en vert ceux où les interférences sont destructives.

On considère le point *P* de coordonnées $P(x_P = 5{,}10\ \mathrm{cm}\ ;\ y_P = 2{,}40\ \mathrm{cm})$.

d) Placer ce point sur le schéma. Obtenir l'amplitude p_P de l'onde sonore en *P* et sa phase à l'origine des dates φ_P en degrés (dans l'intervalle $]-180°\ ;+180]$).

e) Par analogie avec la lumière, on parle de *franges brillantes* là où le signal est maximal et de *franges sombres* là où il est minimal.

On définit l'interfrange d comme la distance séparant deux franges brillantes successives, ou deux franges sombres successives.

Calculer d en centimètres.

6. Interférences sans effet ?

En M, arrivent 2 ondes d'amplitudes respectives S_1 et S_2, et de même pulsation ω.

L'onde somme est notée s, d'amplitude S. On note également φ le déphasage en M de 2 par rapport à 1, et ψ le déphasage de s par rapport à 1.

On constate qu'en ce point particulier M, l'amplitude est la même avec ou sans interférences, que 2 soit éteinte ou allumée : $S=S_1$.

1. En déduire par le calcul dans les complexes
   - S_2 en fonction de S et ψ
   - $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$ en fonction de $\cos\psi$
2. Retrouver la relation entre les deux angles par une construction de Fresnel, et vérifier la cohérence des résultats.

7. Tension d'une corde

Une corde de longueur $L=50\,\text{cm}$ est mise en vibration. La célérité des ondes sur la corde est c, constante. On peut démontrer que cette dernière est égale à $c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$, où

– F est la tension de la corde, c'est-à-dire la force qu'elle exerce sur les points où elle est accrochée ;

– μ est sa masse linéique, où masse par unité de longueur.

Pour cette corde, $\mu=100\,\text{g/m}$

Pour exercer cette tension, on accroche l'une des extrémités de la corde au plafond, et l'autre à une masse M.

a) Calculer M pour obtenir un son fondamental de hauteur $f=80\,\text{Hz}$.

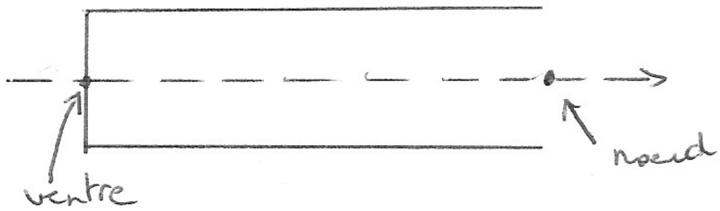
Aide : Même pendant la vibration, on peut supposer la masse immobile – il faut faire un peu de mécanique concernant M.

b) Vérifier que la masse de la corde est négligeable par rapport à M.

8. Instrument à vent

L'onde sonore est une légère modification de pression par rapport à la pression atmosphérique P_0 qui se propage : la pression de l'air varie entre P_0+p et P_0-p où *p* est l'amplitude de l'onde sonore.

Dans un tuyau d'instrument à vent, l'onde présente un nœud à l'extrémité ouverte et un ventre à l'extrémité fermée :



a) Le tuyau vibre dans son premier mode : l'onde présente le moins de fuseaux possibles.

   Reproduire et compléter le schéma en représentant l'allure de l'onde stationnaire dans le tuyau (fuseau).

   Quelle est alors la relation entre la longueur d'onde λ et la longueur *L* du tuyau ?

b) Quelle est la longueur du tuyau d'orgue permettant d'obtenir le son le plus grave audible par l'homme, $f_1=20\,\text{Hz}$, sachant que la célérité du son dans l'air est $c=330\,\text{m/s}$, constante ?

c) On numérote les modes de vibration par un indice *n*, entier naturel non nul ($n=1$ dans les questions a et b).

   Représenter le mode 2 de vibration, puis généraliser : obtenir la relation entre *L*, *n* et λ.

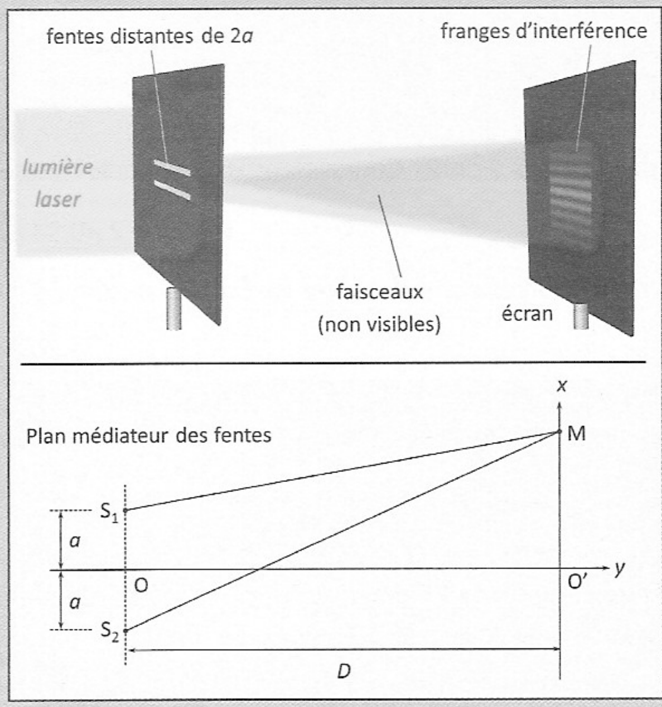
d) Calculer la fréquence f_n produite par le mode *n*.

e) Justifier que le son produit par l'ensemble des modes est musical mais ne contient que des harmoniques impairs.

9. Trous d'Young

En 1802, l'expérience dite des « trous d'Young » a permis de confirmer la nature ondulatoire de la lumière en réalisant une figure d'interférence lumineuse. Une version moderne de cette expérience consiste à éclairer avec une lumière laser de longueur d'onde λ deux fentes parallèles distantes de $2a$ et d'épaisseur très inférieure à $2a$. Sur un écran situé à une distance $D >> a$, on recueille la lumière qui a traversé les trous. On fait l'hypothèse que le problème est invariant selon la direction des fentes et on travaille dans le plan médiateur plan (Oxy) de ces dernières. On note S_1 et S_2 les points des fentes appartenant à ce plan et O le milieu de ces points. L'axe Oy est perpendiculaire au plan contenant les fentes, l'axe $O'x$ se trouve sur l'écran, perpendiculaire à Oy. On obtient la figure interférentielle ci-dessous.

On donne : $\lambda = 633$ nm et $D = 1{,}20$ m



1. Quel est le phénomène responsable de l'étalement de la lumière ? Estimer l'ordre de grandeur de la largeur l des fentes à partir de la figure d'interférence.

2. Pour justifier la présence de franges d'interférence sur l'écran, on assimile les ondes lumineuses émises par les points S_1 et S_2 à des ondes cylindriques (donc circulaires dans le plan de l'étude) sinusoïdales. Quelle simplification apporte l'inégalité $D >> a$?

3. Qu'observe-t-on au point central O' de la figure d'interférence ?

4. On examine maintenant l'intensité lumineuse en point M de l'écran distant de x_M du point O'.

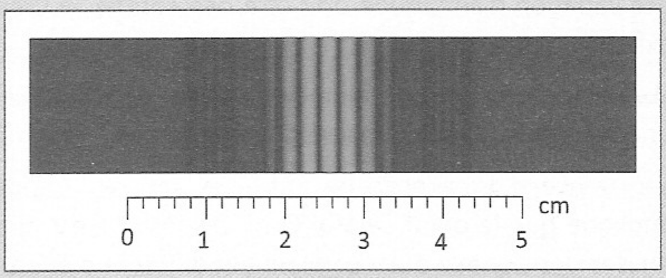
4.a. Exprimer la différence de marche δ entre les trajets des deux ondes parvenant en M.

4.b. Donner une approximation de cette différence de marche en utilisant la relation approximative :

$$\sqrt{1+\varepsilon^2} \approx 1+\frac{\varepsilon^2}{2} \quad \text{si} \quad \varepsilon \ll 1$$

4.c. En déduire le déphasage entre les deux ondes au point M. Préciser le lieu des points correspondant à un maxima d'intensité, puis celui des minima.

4.d. Estimer la distance $2a$ séparant les fentes à partir de la figure d'interférence.



10. Photons radio

Un émetteur de fréquence $f = 105{,}5\,\mathrm{MHz}$ délivre une onde de puissance $\mathrm{P} = 100\,\mathrm{kW}$. Calculer le nombre moyen de photons émis par seconde.

11. Raie d'émission

La lumière d'un faisceau laser est émise par des atomes effectuant une transition entre deux niveaux d'énergie distants de $E = 2{,}28\,\mathrm{eV}$.

Quelle est la couleur de ce laser ?

12. Calcul de la longueur d'onde de matière

a) Quelle énergie (en eV) doit-on communiquer à des électrons pour que λ_{DB} soit égale à $0{,}1\,\mathrm{nm}$?

b) Calculer λ_{DB} pour un électron et un proton $(m_p = 1{,}67.10^{-27}\,\mathrm{kg})$ dont les énergies cinétiques valent toutes les deux 100 eV.

13. Fonction d'onde d'une particule dans un puits de potentiel infini

Une particule quantique est confinée dans la zone comprise entre les plans $x = 0$ et $x = L$ dans un puits infini. On admet que sa fonction d'onde est de la forme :

$$\psi(x, t) = A \sin(kx) \exp(-i\omega t)$$

où A, k et ω sont des constantes positives.

a) Déterminer les valeurs possibles de *k* en fonction de *L* et d'un entier positif *n* quelconque.

b) La probabilité de trouver la particule dans l'intervalle $[x, x+dx]$ est $|\psi(x,t)^2|\,dx$.

Justifier la condition de normalisation $\int_0^L |\psi(x,t)^2|\,dx = 1$ et l'utiliser pour trouver l'expression de *A* en fonction de *L*.

c) Tracer $|\psi(x,t)^2|$ en fonction de *x* dans les cas $n=1$ et $n=2$. Commenter : comparer au cas d'une particule classique.