TD 29 – Induction

ASPECTS PUREMENT ÉLECTRIQUES

Donnée pour les exercices 1 et 2

Un solénoïde, ou bobine de petit rayon et de grande longueur, alimentée par un courant électrique *i* crée un champ magnétique :

- nul à l'extérieur de la bobine
- de valeur $B=\mu_0 n i$, où *n* est le nombre de spires par unité de longueur ; ce champ est dans le sens de l'axe de la bobine, dirigé en accord avec le sens de *i* selon la règle d'enroulement de la main droite.

1.

30.3 Spire autour d'un solénoïde ($\star$)

Un solénoïde de rayon $R_1 = 2$ cm, constitué de $n = 10$ spires par cm, est alimenté par un générateur de f.é.m. $U = 30$ V. La résistance interne du générateur est de $1,2\ \Omega$ et celle du fil du solénoïde est $6,8\ \Omega$. Une spire conductrice $\mathscr{S}$, de rayon $R_2 = 4$ cm, est placée autour du solénoïde ; elle a le même axe que celui-ci.

1. Quel est le flux magnétique à travers la spire ?

2. Par modification du circuit alimentant le solénoïde à la date $t = 0$, l'intensité du courant qui le traverse décroît au cours du temps selon la loi $i(t) = i_0 \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$. Quelle est l'unité de τ ?

3. Quelle est la f.é.m. induite dans le spire pour $t > 0$?

2. Autoinductance d'un solénoïde

On considère un solénoïde infini : on néglige les effets de bords. Il est de rayon *R* et de longueur *D*, et contient *N* spires.

Déterminer son coefficient d'autoinductance *L*. Proposer des valeurs vraisemblables pour obtenir $L=0{,}1\,\mathrm{H}$.

3. Circuit électrique carré

Un carré conducteur de côté *a* est traversé par un champ magnétique $\vec{B}=B_0\cos(\omega t)\vec{e}_z$, à tout instant perpendiculaire à la surface du carré.

On oriente l'intensité en accord avec le sens de l'axe *z*, selon la règle d'enroulement de la main droite.

La résistance du cadre est notée *r* et on ne néglige pas ici son coefficient d'autoinductance *L*.

Obtenir l'expression de l'intensité $i(t)$ en régime sinusoïdal établi.

4.

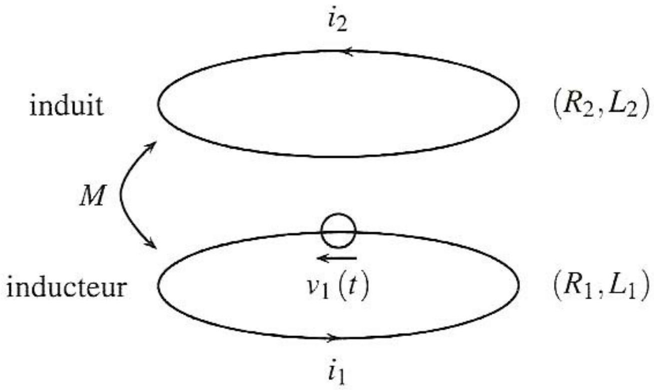
30.7 Table à induction (d'après CCP) ($\star$)

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable.

Logé dans une table en céramique, un bobinage, nommé l'inducteur, alimenté en courant sinusoïdal génère ce champ. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque circulaire assimilable à une spire unique fermée sur elle même, situé au fond d'une casserole.

L'inducteur, de 5 cm de rayon, comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1,8.10^{-2}\ \Omega$ et d'autoinductance $L_1 = 30\ \mu\text{H}$.

La plaque de résistance $R_2 = 8,3\ \text{m}\Omega$ et d'autoinductance $L_2 = 0,24\ \mu\text{H}$, nommée l'induit, est assimilable à une spire unique refermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$. L'ensemble plaque (induit) – inducteur se comporte comme deux circuits couplés par une mutuelle M.



1. Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits (équations de couplage entre i_1 et i_2).

2. En déduire l'expression littérale du rapport des amplitudes complexes $\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$.

3. En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe du système : $\underline{Z}_e = \dfrac{\underline{V}_1}{\underline{I}_1}$.

4. On choisit ω telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_2 \ll L_2\omega$. Simplifier les deux expressions littérales précédentes, puis effectuer le calcul numérique de leur module, sachant que l'inductance mutuelle est estimée à $M = 2\ \mu\text{H}$.

5. On soulève la plaque à chauffer ; on demande un raisonnement purement qualitatif. L'amplitude du courant i_1 appelé par l'inducteur augmente-t-il ou décroît-il ?

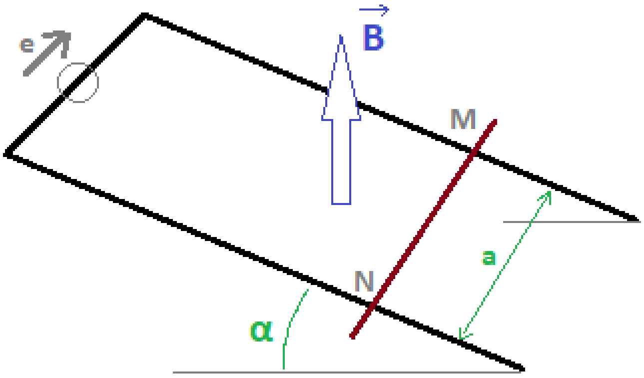
Aspects mécaniques (et électriques)

5. Équilibre d'un rail de Laplace

Le dispositif des rails de Laplace consiste en :

- un cadre rigide en forme de U, dont la longueur du côté fixe est notée a ;

- un rail mobile, pouvant glisser sur le cadre, tout en restant parallèle au côté fixe.



Le contact électrique est en permanence assuré, entre le cadre et le rail (métaux dénudés, sans gaines de protection).

On alimente le circuit ainsi formé par une source de tension constante e et l'ensemble cadre + rail a une résistance électrique totale notée R.

Le circuit est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

L'ensemble du dispositif est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$, uniforme, et vertical vers le haut. On travaille bien sûr dans le champ de pesanteur terrestre $g=9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

Autres données numériques : $R=10\,\Omega$, masse du rail $m=50\,\mathrm{g}$, champ $B=1\,\mathrm{T}$, $a=50\,\mathrm{cm}$, $\alpha=10\,°$.

Quelle tension e faut-il utiliser pour obtenir l'équilibre du rail ?

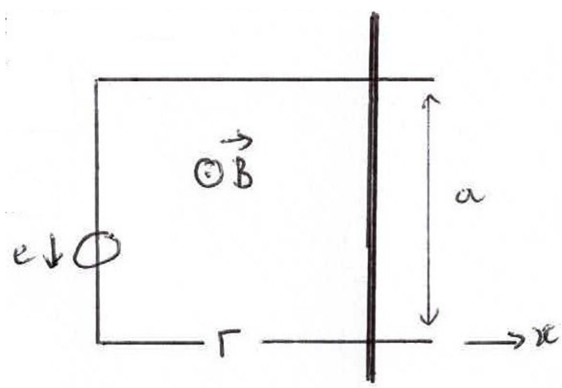
6. Rails de Laplace en fonctionnement moteur

Tous les frottements sont négligés, et le cadre de Laplace, horizontal, est de résistance r constante.

La longueur du côté du cadre parallèle à la tige mobile est noté a ; la masse de la tige (qui a un mouvement de translation selon l'axe x) est notée m et sa résistance est nulle.

On introduit une source de tension $e(t)$ dans le circuit, et on applique un champ magnétique $\vec{B}$ constant et uniforme perpendiculaire au circuit; les orientations sont indiquées sur le schéma suivant →

1. Obtenir les équations couplées vérifiées par la vitesse algébrique v de la tige et l'intensité électrique i dans le circuit.
2. La source de tension est sinusoïdale :
   $e(t)=E\cos(\omega t)$
   Obtenir en régime sinusoïdal forcé l'amplitude I des oscillations du courant électrique, puis l'amplitude X_m des oscillations $x(t)$ de la position de la barre.

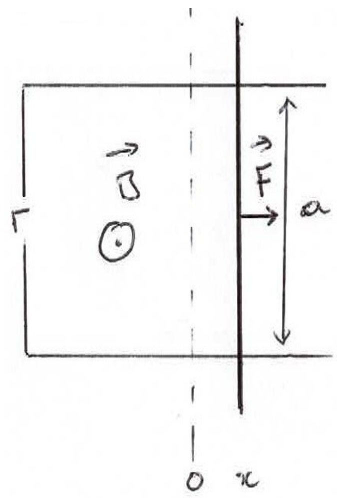


7. Rails de Laplace en fonctionnement générateur

Tous les frottements sont négligés, et le cadre de Laplace, horizontal, est de résistance r constante.

La longueur du côté du cadre parallèle à la tige mobile est noté a ; la masse de la tige (qui a un mouvement de translation selon l'axe x) est notée m et sa résistance est nulle.

On applique un champ magnétique $\vec{B}$ constant et uniforme perpendiculaire au circuit; un opérateur exerce sur la tige une force $\vec{F}(t)$; les orientations sont indiquées sur le schéma suivant →



1. Obtenir les équations couplées vérifiées par la vitesse algébrique v de la tige et l'intensité électrique i dans le circuit.
2. La force a une évolution sinusoïdale en fonction du temps : $\vec{F}(t)=F_0\cos(\omega t)\vec{e}_x$
   Obtenir en régime sinusoïdal forcé l'amplitude I des oscillations du courant électrique, ainsi que son déphasage par rapport à $\vec{F}(t)$.

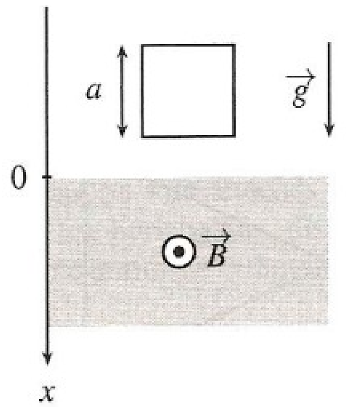
8.

31.1 Cadre qui chute dans un champ localisé (★)

Un cadre conducteur, constitué de 4 segments de longueur a, tombe dans le plan du schéma sous l'effet de la gravité. Sa résistance électrique est notée R, son autoinductance L.

L'espace est divisé en deux régions :

- pour $x < 0$, il n'y a pas de champ magnétique,
- pour $x > 0$, un champ magnétique est présent. Il est uniforme, stationnaire et orthogonal au plan du schéma.



Établir les équations différentielles régissant la vitesse $v(t)$ du cadre dans les 3 régions :

1. le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} = \vec{0}$,

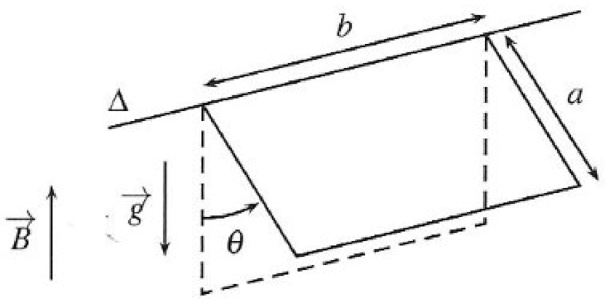
2. le cadre est à cheval sur les régions où $\vec{B} = \vec{0}$ et $\vec{B} \neq \vec{0}$,

3. le cadre est entièrement dans la région où $\vec{B} \neq \vec{0}$.

9.

31.4 Cadre oscillant (⋆)

Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ. Il est composé de 4 segments, 2 de longueur a, 2 de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J, sa résistance électrique est R et son autoinductance est négligée.



Les champs magnétique et de pesanteur sont uniformes et constants.

On écarte le cadre de sa position d'équilibre verticale (repérée en pointillés sur le schéma) d'un angle θ_0 puis on le lache sans vitesse initiale.

1. Dans quel sens l'axe Δ est-il orienté ? Justifier.

2. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $\theta(t)$. La linéariser.

3. Tracer l'allure de $\theta(t)$. Discuter en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement