

Programme de colles

du 09/12/2024 au 13/12/2024

1 Suites numériques

1. Limite d'une suite réelle, suites extraites, opérations sur les limites.
2. Théorèmes de comparaison, convergence des suites monotones, suites adjacentes.
3. Extension aux suites complexes.

Remarque aux colleurs : L'inégalité des accroissements finis n'a pas encore été vue.

2 Arithmétique dans \mathbb{Z}

Rappel sur les récurrences. Division euclidienne. PGCD, algorithme d'Euclide. PPCM. Nombres premiers, décomposition d'un entier ≥ 2 en produit de facteurs premiers, crible d'Eratosthène.

3 Limites & continuité

1. Limite d'une fonction en un point :
 - Unicité de la limite, limite à droite et à gauche, opérations sur les limites.
 - Stabilité des inégalités larges par passage à la limite, théorème d'encadrement.
 - Théorème de la limite monotone.
2. Continuité en un point :
 - Définition, continuité à droite et à gauche, prolongement par continuité en un point.
 - Opérations.
3. Continuité sur un intervalle : Opérations. Image continue d'intervalles, théorème des valeurs intermédiaires. Cas des fonctions continues et strictement monotones, réciproques.

Questions de cours

1. Unicité de la limite (avec démo dans le cas où la suite converge)
2. Propriété des suites adjacentes (avec démo)
3. Formule du binôme de Newton (avec démo)
4. Division euclidienne dans \mathbb{Z} (avec démo).
5. Algorithme d'Euclide à expliciter.
6. Théorème des valeurs intermédiaires (énoncé + expliciter deux suites qui servent pour la démonstration par dichotomie, citer les propriétés de ces deux suites)

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.