

Programme de colles

du 13/01/2025 au 17/01/2025

1 Calcul matriciel

1. Ensemble de matrices : Définitions. Opérations : combinaisons linéaires, produit, puissance.
2. Transposition : Définition et notation A^T . Opérations : transposée d'une combinaison linéaire, d'un produit. Caractérisation des matrices symétriques et antisymétriques.
3. Écriture matricielle d'un système linéaire : ensemble des solutions, inconnues principales, inconnues secondaires (paramètres), système compatible ou incompatible.
4. Matrices carrées inversibles : Définition. Notation $GL_n(\mathbb{K})$ le groupe linéaire. Calcul de l'inverse en utilisant une relation polynomiale ou dans le cas particulier de $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$.
Propriétés : $(A^{-1})^{-1} = A$, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ et $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
Propriété : $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est inversible \Leftrightarrow L'équation d'inconnue $X \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$, $AX = 0$ n'admet que la solution nulle \Leftrightarrow Pour tout $B \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$, l'équation $AX = B$ admet une unique solution.
Calcul de l'inverse avec la méthode du pivot.

2 Dérivabilité

1. Nombre dérivé, fonction dérivée :
 - f dérivable en $x_0 \Rightarrow f$ continue en x_0 .
 - Développement limité à l'ordre 1.
 - Opérations sur les dérivées : combinaisons linéaires, produit, quotient, composée, réciproque.
2. Propriétés des fonctions dérivables à valeurs réelles :
Extremum local, théorème de Rolle.

Questions de cours

1. Définition du produit matriciel et formule du binôme avec hypothèses correctes (sans démo)
2. Dérivée de $f \times g$ (avec démo)
3. Dérivée de $1/f$ (avec démo)
4. Dérivée d'une composée (avec démo)
5. Dérivée d'une fonction réciproque (avec démo)
6. (f admet en a un extremum local et f dérivable en a) \Rightarrow ($f'(a) = 0$) (avec démo)

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.