

Programme de colles

du 17/02/2025 au 21/02/2025

1 Espaces vectoriels de dimension finie

1. Théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète
2. Caractérisation d'une base
3. Rang d'une famille finie de vecteurs
4. Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie
5. Existence et dimension de supplémentaires

2 Polynômes

1. L'ensemble $\mathbb{K}[X]$: Opérations, degré. Identification avec la fonction polynomiale.
2. Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
3. Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$: Dérivée k -ième, formule de Taylor.
4. Racines : caractérisation, ordre de multiplicité.
5. Décomposition en facteurs irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$
6. Somme et produit des racines d'un polynôme.
7. Décomposition en éléments simples sur \mathbb{C} et \mathbb{R} des fonctions rationnelles à pôles simples.

Questions de cours

1. Formule de Grassmann : $\dim(F + G) = \dim F + \dim G - \dim(F \cap G)$ (avec démo partielle, le caractère libre est admis)
 2. $d^\circ(P + Q)$ et $d^\circ(PQ)$ (avec démo)
 3. Formule de Taylor dans $\mathbb{K}[X]$ (avec démo pour $P = X^r$)
 4. a est une racine de $P \Leftrightarrow P$ est divisible par $X - a$ (avec démo)
 5. Caractérisation des racines multiples (énoncé uniquement)
-
-

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.