

Programme de colles

du 10/03/2025 au 14/03/2025

1 Polynômes

1. L'ensemble $\mathbb{K}[X]$: Opérations, degré. Identification avec la fonction polynomiale.
2. Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
3. Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$: Dérivée k -ième, formule de Taylor.
4. Racines : caractérisation, ordre de multiplicité.
5. Décomposition en facteurs irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$
6. Somme et produit des racines d'un polynôme.
7. Décomposition en éléments simples sur \mathbb{C} et \mathbb{R} des fonctions rationnelles à pôles simples.

2 Applications linéaires

1. Définition, caractérisation, condition nécessaire ($f(0) = 0$).
2. Opérations : combinaisons linéaires, composée, formule du binôme.
3. Image et noyau.

Questions de cours

1. $d^\circ(P + Q)$ et $d^\circ(PQ)$ (avec démo)
 2. Formule de Taylor dans $\mathbb{K}[X]$ (avec démo pour $P = X^r$)
 3. a est une racine de $P \Leftrightarrow P$ est divisible par $X - a$ (avec démo)
 4. Caractérisation des racines multiples (énoncé uniquement)
 5. $f \in \mathcal{L}(E, F)$ est injective ssi $\text{Ker}(f) = \{0_E\}$ (avec démo)
 6. Si $f \in \mathcal{L}(E)$ alors $\text{Ker}(f) \subset \text{Ker}(f^2)$ et $\text{Im}(f^2) \subset \text{Im}(f)$ (avec démo)
-
-

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.