

Programme de colles

du 30/09/2024 au 04/10/2024

1 Rudiments de logique

Quantificateurs. Implication. Contraposition. Équivalence. Raisonnement par récurrence. Raisonnement par l'absurde. Raisonnement par analyse-synthèse.

2 Ensembles

Union, intersection, différence, complémentaire, produit cartésien.

3 Nombres complexes sous forme algébrique (1ère partie)

1. Les nombres complexes : forme algébrique, conjugué.
2. Module : définition, interprétation géométrique, opérations.
3. Équation du second degré, racines carrées d'un nombre complexe.
4. Si a est une racine du polynôme P alors $P(z) = (z - a)Q(z)$

4 Sommes & Produits

Sommes télescopiques. Sommes partielles d'une suite arithmétique. Sommes partielles d'une suite géométrique. Factorisation de $a^n - b^n$. Sommes à 2 indices.

5 Coefficients binomiaux

Factorielle. Formule du triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton.

6 Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot

Systèmes linéaires de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues.

Utilisation des opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ($\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

7 Complexes & trigonométrie (2ème partie)

1. Trigonométrie : Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus. Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$. Cosinus, sinus et tangente des angles usuels. $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\tan(a \pm b)$.
2. fonctions circulaires : dérivées, variations, représentations graphiques,
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$. Pour $x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leq |x|$.

Remarque aux colleurs : Les transformations géométriques, les racines n -ièmes seront vues ultérieurement.

Questions de cours

1. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\sum_{k=1}^n k$ (formule et démonstration par récurrence).
 2. Inégalité triangulaire : $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ (avec démo).
 3. Expliquer la méthode de résolution de $(x + iy)^2 = a + ib$ (on cherche x et y en fonction de a et b).
 4. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\sum_{k=1}^n k^2$ (formule et démonstration par récurrence).
 5. Factorisation de $a^n - b^n$ (formule et démonstration).
 6. Formule du triangle de Pascal (formule et démonstration).
 7. Formule du binôme de Newton (formule uniquement).
 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ avec démo géométrique.
 9. Pour $x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leq |x|$ (inégalité et démonstration).
-
-

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus.