Programme de colles
du 14/04/2025 au 18/04/2025

1 Systèmes linéaires

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène est égal au noyau de la matrice des coefficients. Rang d'un tel système, dimension de l'espace des solutions.

2 Probabilités

1. **Expérience aléatoire, univers et variable aléatoire :** Vocabulaire. Opérations.
2. **Espaces probabilisés finis :** Définition d'une probabilité. Propriétés.
3. **Probabilités conditionnelles :** Définition et propriétés. Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes.
4. **Loi d'une variable aléatoire :** Variable uniforme, de Bernoulli, binomiale. Couple de variables aléatoires.
5. **Événements indépendants :** Définition et propriété. Indépendance mutuelle, indépendance deux à deux.
6. **Variables aléatoires indépendantes :** $X \perp\!\!\!\perp Y$ si $\forall (A,B) \in \mathcal{P}(X(\Omega)) \times \mathcal{P}(Y(\Omega))$, les événements $(X \in A)$ et $(Y \in B)$ sont indépendants i.e. $P((X \in A) \cap (Y \in B)) = P(X \in A) \times P(Y \in B)$.
   $X \perp\!\!\!\perp Y \Longrightarrow f(X) \perp\!\!\!\perp g(Y)$. Lemme des coalitions.

Remarque aux colleurs : Pour les variables aléatoires, nous n'avons pas encore défini l'espérance.

Questions de cours

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (avec démo).
2. Énoncé et démo de la formule des probabilités totales.
3. Loi binomiale : exemple fondamental + formule.
4. Si A et B sont deux événements indépendants alors $\overline{A}$ et B sont indépendants (avec démo).

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.