

Programme de colles

du 07/10/2024 au 11/10/2024

1 Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot

Systèmes linéaires de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues.

Utilisation des opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ($\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

2 Complexes & trigonométrie (2ème partie)

1. Trigonométrie : Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus. Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$. Cosinus, sinus et tangente des angles usuels. $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\tan(a \pm b)$.
2. fonctions circulaires : dérivées, variations, représentations graphiques,
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$. Pour $x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leq |x|$.
3. L'ensemble des nombres complexes de module 1 : pour $t \in \mathbb{R}$, définition de e^{it} . Opérations, formules de Moivre, d'Euler. Méthode de factorisation par l'angle moitié. Utilisation des formules de Moivre et d'Euler pour développer ou linéariser. Calcul de $\sum \sin(kt)$.
4. Argument : forme trigonométrique, opérations.

Remarque aux colleurs : Les transformations géométriques, les racines n -ièmes seront vues ultérieurement.

3 Fonctions d'une variable réelle

1. Généralités sur les fonctions : parité, imparité, périodicité, fonctions majorées, réciproque d'une bijection.
2. Dérivation : équation d'une tangente en un point, dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée, d'une réciproque. Dérivées d'ordre supérieur.
3. Étude d'une fonction, asymptotes.
4. Fonctions usuelles : logarithme népérien, exponentielle, puissance, croissances comparées.

Questions de cours

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ avec démo géométrique.
 2. Pour $x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leq |x|$ (inégalité et démonstration).
 3. Linéariser $\cos^4(\theta)$.
 4. Formules de dérivation pour $g \circ f$ et f^{-1} (sans démo mais avec hypothèses précises)
 5. $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ avec démo.
 6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ avec démo.
-
-

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.