

Programme de colles

du 14/10/2024 au 18/10/2024

1 Complexes & trigonométrie

1. L'ensemble des nombres complexes de module 1 : pour $t \in \mathbb{R}$, définition de e^{it} . Opérations, formules de Moivre, d'Euler. Méthode de factorisation par l'angle moitié. Utilisation des formules de Moivre et d'Euler pour développer ou linéariser. Calcul de $\sum \sin(kt)$.
2. Argument : forme trigonométrique, opérations.

2 Fonctions d'une variable réelle

1. Généralités sur les fonctions : parité, imparité, périodicité, fonctions majorées, réciproque d'une bijection.
2. Dérivation : équation d'une tangente en un point, dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée, d'une réciproque. Dérivées d'ordre supérieur.
3. Étude d'une fonction, asymptotes.
4. Fonctions usuelles : logarithme népérien, exponentielle, puissance, croissances comparées, cosinus et sinus hyperboliques, fonctions circulaires réciproques, définitions, dérivées, allures.
5. Fonction à valeurs complexes.

3 Complexes

1. Racines n -ièmes de l'unité et racines n -ièmes d'un nombre complexe non nul.
2. Exponentielle complexe.

Questions de cours

1. Linéariser $\cos^4(\theta)$.
2. Formules de dérivation pour $g \circ f$ et f^{-1} (sans démo mais avec hypothèses précises)
3. $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ avec démo.
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ avec démo.
5. $\forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{ch}^2(x) - \operatorname{sh}^2(x) = 1$ avec démo.
6. Montrer que $\forall x \in [-1, 1], \arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$
7. Montrer que $\forall x \neq 0, \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \pm \frac{\pi}{2}$
8. Si $z \in \mathbb{U}_n \setminus \{1\}$ alors $1 + z + \dots + z^{n-1} = 0$ avec démo.

Exercices

Tout exercice sur le programme ci-dessus. Bien sûr, les exercices peuvent faire appel aux programmes précédents.