

TD équations différentielles

Exercice 1

(2)

Résoudre sur $] -1, 1[$ l'équation différentielle suivante

$$\sqrt{1-x^2}y' + y = 1$$

Exercice 2

(5)

Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a) $(x^2 + 1)y' + 2xy + 1 = 0$

b) $(x^2 + 1)y' - xy = (x^2 + 1)^{3/2} \in \mathbb{R}, f'(x) = f(2-x)$

c) $(x^2 + 1)^2 y' + 2x(x^2 + 1)y = 1$

Exercice 3

(10)

Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a) $y'' + 2y' + y = e^x$

b) $y'' + y' - 2y = e^x$

Exercice 4

(15)

Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a) $y'' + 2y' + 2y = \sin x$

b) $y'' + y = 2 \cos^2 x$

Exercice 5

(17)

Déterminer les fonctions $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que

$$\forall x \in [0, 1], f'(x) + f(x) + \int_0^1 f(t) dt = 0$$

Exercice 6

(18)

Déterminer les fonctions $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que

$$f'(x) + f(x) = f(0) + f(1)$$

Exercice 7

(20)

Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables en 0 telles que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x+y) = e^x f(y) + e^y f(x)$$

Exercice 8

(21)

Déterminer les fonctions réelles f dérivables sur \mathbb{R} telles que

Exercice 9

(1580)

Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $y' - y = \sin(2x)e^x$

b) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$

c) $y' + y \tan x = \sin 2x$ sur $] -\pi/2, \pi/2[$

Exercice 10

(1581)

Déterminer les solutions, s'il en existe, des problèmes de Cauchy suivants :

a) $y' - (x+1)(y+1) = 0$ et $y(0) = 1$

b) $(1+x^2)y' - (x+1)y = 2$ et $y(0) = -1$.

Exercice 11

(1608)

Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + y = \tan^2 t$$

Exercice 12

(1613)

Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2t}}{1+t^2}$$

