

DM2

Instructions de rédaction:

- écrire lisiblement et réserver une marge à gauche, utiliser des copies doubles
- tous les calculs intermédiaires doivent apparaître sur la copie
- les raisonnements doivent être détaillés, chaque déduction doit être justifiée
- un résultat non justifié sera ignoré
- **encadrer** les résultats ainsi que les conclusions des démonstrations.

Exercice 1

Soit $n \in \mathbb{N}$, trouver (et démontrer) une expression simple des sommes

$$a) s_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 5^k$$

$$b) c_n = \sum_{k=0}^n k(k+1)(k+2)$$

$$c) d_n = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n i 2^j$$

$$d) e_n = \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^n \frac{1}{i}$$

Exercice 2

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, trouver une expression simple de $S_n = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} 3^k 2^{n-1-k}$

Exercice 3

Pour $n \in \mathbb{N}$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels, trouver une expression simple de

$$S_n = \sum_{k=0}^n (2u_{k+2} - 3u_{k+1} + u_k)$$

Exercice 5

Quels sont les réels x qui vérifient $\sqrt{x(x-3)} = \sqrt{2x-4}$?

Exercice 10

Soit $n \in \mathbb{N}$

a) Calculer $(1+i)^{4n}$.

b) En déduire $A_n = \sum_{p=0}^{2n} (-1)^p \binom{4n}{2p}$ et $B_n = \sum_{p=0}^{2n-1} (-1)^p \binom{4n}{2p+1}$