Programme de colles-semaine 2- 25/09 au 29/09

I. Nombres réels, inégalités

- Les ensembles de nombres usuels, démonstration par récurrence
- Addition et multiplication dans $\mathbb{R}$.
- Cosinus et sinus d'un réel, formules de trigonométrie (page 2)
- Ordre dans $\mathbb{R}$, manipulation d'inégalités.
- Majorant, minorant, plus grand élément, plus petit élément, borne sup, borne inf.

Théorème admis : $\mathbb{R}$ a la propriété de la borne sup
- Intervalles de $\mathbb{R}$
- Valeur absolue d'un réel: définition, propriétés, notion de distance dans $\mathbb{R}$
- Partie entière d'un réel : définition, propriétés. Approximations décimales

II Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition, image, antécédent.
- Rep. graphique : Obtention des courbes de $x \mapsto f(x)+a$, $x \mapsto f(x+a)$, $x \mapsto f(2a-x)$, $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(ax)$ associées à f, à partir de celle de f.
- Parité, périodicité, minorant, majorant, extremum, sup et inf d'une fonction, Monotonie.
- Propriétés asymptotiques : Nature des branches infinies
- Opérations sur les fonctions dont composition.
- Ensemble de définition, image, antécédent.
- Continuité, prolongement par continuité, dérivabilité, dérivée d'une composée.
- TVI, dérivée et variation, extremum, plan d'étude d'une fonction numérique.
- Fonction bijective, bijection réciproque, théorème de la bijection, continuité, dérivabilité et dérivée de la réciproque

---

Déroulement de la colle:

① Existence et calcul de la dérivée d'une composée sur un exemple

② Une question de cours parmi

- Définition et propriétés de la partie entière (démonstrations exigibles)
- Définition et caractérisation quantifiée de la borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$.
- Définition de f est bijective de I dans J et de sa bijection réciproque
- Enoncer précisément le théorème donnant la dérivabilité et la dérivée de f^{-1} sur J.

③ Un exercice proche des suivants puis une étude de fonction s'il reste du temps.

- Démontrer une inégalité par manipulations d'inégalités, par l'étude du signe de la différence ou encore par récurrence.
- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\lfloor x \rfloor + \left\lfloor x+\frac{1}{2} \right\rfloor = \lfloor 2x \rfloor$

Par disjonction des cas ou en utilisant une fonction périodique
- Montrer les propriétés suivantes où $x, y \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) $\lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor \leq \lfloor x+y \rfloor \leq \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor + 1$ (2) $E\left(\frac{E(nx)}{n}\right) = E(x)$

- f est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $\forall x > 0$, $f(x) = x^2 + \ln x$.

a. Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ sur un ensemble J à déterminer.
b. Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et exprimer sa dérivée en fonction de f^{-1}.
On ne demande pas ici d'expliciter f^{-1}.
c. Donner le tableau de variations de f^{-1}.
d. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f^{-1} au point d'abscisse 1.
e. Donner l'allure des courbes représentatives des deux fonctions dans un RON.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10.