

Programme de colles-semaine 3- 02/10 au 06/10

I Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition, image, antécédent.
- Rep. graphique : Obtention des courbes de $x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x + a)$, $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(ax)$ associées à f , à partir de celle de f .
- Parité, périodicité, minorant, majorant, extremum, sup et inf d'une fonction, Monotonie.
- Opérations sur les fonctions dont composition.
- Continuité, TVI
- Dérivabilité, dérivée d'une composée.
- Dérivée et variation, extremum, plan d'étude d'une fonction numérique.
- Fonction bijective, bijection réciproque, théorème de la bijection, continuité, dérivabilité et dérivée de la réciproque

II. Fonctions usuelles 1

- Rappels et compléments sur $\ln$ et $\exp$
- Puissances réelles, a^b , étude de $x \mapsto x^\alpha$, racines nièmes.
- Logarithme décimal.
- Fonctions hyperboliques : ch , sh et complément : th
- $\cos$, $\sin$, $\tan$, formules de trigo pour tangente.

① Une question de cours parmi

- Définition de f est bijective de I dans J et de sa bijection réciproque.
Donner des exemples et des contre-exemples.
- Énoncer précisément le théorème donnant la dérivabilité et la dérivée de f^{-1} sur J
- Étude complète de tangente
- Étude complète de $x \mapsto x^\alpha$ en distinguant les cas $\alpha > 0$, $\alpha = 0$, $0 < \alpha < 1$ et $\alpha > 1$.

② Un exercice proche des suivants puis un autre exercice s'il reste du temps.

- Résolution d'équations et d'inéquations du type .

$$\text{ch}(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

$$\text{ch}(x) \geq 2 \quad \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- Trouver toutes les fonctions périodiques et monotones sur $\mathbb{R}$.

- Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

a. Justifier que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J à préciser.

b. Expliciter la bijection réciproque

- f est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $\forall x > 0, f(x) = x^2 + \ln x$.

a. Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ sur un ensemble J à déterminer.

b. Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et exprimer sa dérivée en fonction de f^{-1} .

c. Donner le tableau de variations de f^{-1} .

d. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f^{-1} au point d'abscisse 1.

- Résolution d'équations du type .

$$\text{ch}(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

- Étude complète d'une fonction du type $u(x)^{v(x)}$

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10