

Programme de colles-semaine 3- 09/10 au 13/10

I. Fonctions usuelles 1

- Rappels et compléments sur ln et exp
- Puissances réelles, a^b , étude de $x \mapsto x^\alpha$, racines nièmes.
- Logarithme décimal.
- Fonctions hyperboliques : ch, sh et complément : th
- cos, sin, tan, formules de trigo pour tangente.

II. Nombres complexes:

- $\mathbb{C} = \{a+ib, (a, b) \in \mathbb{R}^2\}$ et $i^2 = -1$, plan complexe.
 - Addition et multiplication dans \mathbb{C} , égalité de Bernoulli, $1 + z + z^2 + \dots + z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}$
 - Conjugué, module, double inégalité triangulaire.
 - Groupe des complexes de module 1, notation e^{ia} , formule d'Euler et de Moivre, factorisation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$
 - Application à la trigonométrie : transformation de produit en somme, de somme en produit et utilisation de l'angle moitié.
-

① Une nouvelle formule de trigonométrie (somme \rightarrow produit, produit \rightarrow somme)

① Une question de cours parmi

- Etude complète de ch et sh
- Etude complète de $x \mapsto x^\alpha$ dans un des ① cas $\alpha > 0$, $\alpha = 0$, $0 < \alpha < 1$ et $\alpha > 1$.
- Double inégalité triangulaire et preuve.
- Factorisation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$ avec justification, en déduire le module et un argument pour $a \in]-\pi, \pi]$

② Un exercice sur le thème des suivants :

- Résolution d'équations et d'inéquations du type .

$$\text{ch}(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

$$\text{ch}(x) \geq 2 \quad \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- Trouver toutes les fonctions périodiques et monotones sur \mathbb{R} .
- Etude complète d'une fonction du type $u(x)^{v(x)}$

- Montrer que $\forall x \in]0, 1[$, $x^x(1-x)^{(1-x)} \geq \frac{1}{2}$ et $\forall x \in \mathbb{R}$, $\text{ch}(x) \geq 1 + \frac{x^2}{2}$

③ Exercices sur les nombres complexes : Calcul algébrique, résolution d'équation, manipulation des e^{ia} .

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10