

Programme de colles-semaine 12-18/12 au 22/12

I. Fonctions usuelles 2

- arccos, arcsin, arctan
- Applications : équations trigonométriques, calcul d'intégrales et de primitives

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} \text{ et } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \text{ en posant } u = xa$$

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} \text{ en fonction des racines du dénominateur ;}$$

II. Suites numériques :

- Généralités : def et exemples de mode de génération : suite explicite, suite récurrente, sommes, produits, suite définie par une intégrale, suite implicite.
 - Ensemble \mathbb{R}^N , opérations algébriques.
 - Propriétés globales : suite majorée, bornée, constante, monotone, stationnaire.
 - Suite convergente,; def, suites de référence, propriétés dont unicité de la limite.
 - Limite infinie: def, suites de référence, propriétés.
 - Opérations sur les limites, suites extraites, limite et ordre dont le passage à la limite dans une inégalité et le théorème des gendarmes.
-

Déroulement de la colle:

① Ecrire avec des quantificateurs la définition de $\lim u_n = \dots$ (au choix du colleur)

② Démontrer l'une des propositions suivantes en s'appuyant sur un dessin

- Montrer que si (u_n) a pour limite $L \in \mathbb{R}$, alors cette limite est unique
- Montrer que si $\lim u_n = L$ et $\lim v_n = L'$ alors $\lim(u_n + v_n) = L + L'$
- Montrer que $\lim v_n = L$, $\lim w_n = L$ et $v_n \leq u_n \leq w_n$ APCR alors $\lim u_n = L$
- Montrer que si $\lim u_n = +\infty$ et si $u_n \leq v_n$ APCR alors $\lim v_n = +\infty$

③ Exercice sur les fonctions trigonométriques réciproques

On pourra insister sur les raisonnements et revenir sur les notions d'injection, bijections et surjections. On pourra donner des exercices de calcul de primitives ou de résolution d'EDL.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10

Quelques exercices vus en TD :

♥ 9.8 Résoudre dans \mathbb{R}

a. $\arccos x = \arcsin(2x)$ b. $\arccos(x) = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + \arccos\left(\frac{1}{4}\right)$

c. $\arccos(x) + \arcsin(x^2 - x + 1) = \frac{\pi}{2}$

♥ 9.11 On pose $f(x) = \arccos(1 - 2x^2)$

a. Quel est l'ensemble de définition de f ?

Justifier que l'on peut restreindre l'étude de f à $[0; 1]$.

b. Etudier la dérivabilité de f sur $[0; 1]$, calculer $f'(x)$ puis simplifier $f(x)$.

c. Une autre méthode : Justifier que l'on peut poser $x = \sin t$ avec $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$ et conclure.