Programme de colles-semaine 14-15/01 au 19/01

Suites numériques :

- Généralités : def et exemples de mode de génération : suite explicite, suite récurrente, sommes, produits, suite définie par une intégrale, suite implicite.
- Ensemble $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, opérations algébriques.
- Propriétés globales : suite majorée, bornée, constante, monotone, stationnaire.
- Suite convergente,: def, suites de référence, propriétés dont unicité de la limite.
- Limite infinie: def, suites de référence, propriétés.
- Opérations sur les limites, suites extraites, limite et ordre dont le passage à la limite dans une inégalité et le théorème des gendarmes.
- Théorèmes de convergence: théorème de la limite monotone, théorème des suites adjacentes.
- Suite récurrente linéaire d'ordre 1, d'ordre 2.
- Relations de domination et de prépondérance, définition, caractérisation à l'aide du quotient, propriétés et compatibilité avec les opérations, résultat usuels de croissance comparée.
- Suites équivalentes, def et caractérisations $(u_n - v_n) = o(v_n)$ et $u_n/v_n \to 1$), la relation ~ est une relation d'équivalence, lien avec la convergence, compatibilité avec les opérations, équivalent obtenu à l'aide d'un taux d'accroissement, équivalents usuels.
- Suites à valeurs complexes

Déroulement de la colle:

① Une question de cours parmi les suivantes

- Enoncé et démonstration du théorème des suites adjacentes.
- Donner la définition et les caractérisations des relations de comparaison
- Donner les équivalents usuels pour les suites (il faut pouvoir justifier)

② Recherche d'une limite utilisant les équivalents usuels

③ Exercice au choix du colleur sur les suites.
Attention, les méthodes sur les suites récurrentes seront vues en application de la dérivabilité.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10

Quelques exercices vus en TD :

♥ **10.21** Donner un équivalent simple de u_n

a. $u_n = \dfrac{n^2-2}{n^2+n}$ **b.** $u_n = n\ln\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)$ **c.** $u_n = \dfrac{\sin(1/n)}{\sqrt{n^2+n}}$ **d.** $u_n = \dfrac{(e^{1/n}-1)^2}{(n+1)^3-n^3}$

e. $u_n = n\left(\sqrt[n]{n}-1\right)$ **f.** $u_n = \sin\left(\dfrac{n+2}{n^2-1}\right)$ **g.** $u_n = \ln\left(\dfrac{n^2+2}{n^2+n}\right)$ **h.** $u_n = \cos(e^{-n})-1$

i. $u_n = \sin\dfrac{1}{n} - \tan\dfrac{2}{n}$ **j.** $u_n = \dbinom{n}{k}$ avec k fixé dans $\mathbb{N}^*$.

♥ **10.22 Equivalent d'une somme :** Donner un équivalent simple de $s_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} 2^k$ puis de $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k!$

♥ 10.26 Déterminer la limite de u_n

a. $u_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

b. $u_n = \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n^2}$

c. $u_n = \left(\frac{n^2-n+1}{n^2+n+1}\right)^n$

d. $u_n = \frac{n^2+\cos(n)}{2^n+n\sin(n)}$

e. $u_n = \sqrt{n}\sin\left(\frac{1}{\ln(n)}\right)$

f. $u_n = \sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}$ **g.**