Programme de colles-semaine 17 - 05/02 au 09/02

I. Dérivabilité d'une fonction numérique.

- Dérivabilité en a , dérivabilité à droite et à gauche, interprétation graphique : tangente et demi-tangente.
 - f est dérivable en a ssi il existe $\varepsilon : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}$, de limite nulle en a et $\alpha \in \mathbb{R}$ telle que :
 $\forall x \in \mathbb{I}, f(x) = f(a) + \alpha(x-a) + (x-a)\varepsilon(x)$.
 - Dans ce cas, $f'(a) = \alpha$ et $x \rightarrow f(a) + f'(a)(x-a)$ est la meilleure approximation affine de f en a .
 - Dérivabilité sur un intervalle, fonction dérivée, opération sur les dérivées, dérivation de la composée, de la bijection réciproque.
 - Dérivées successives, fonctions de classe C^n , de classe C^∞ . Opérations sur les fonctions de classe C^n , de classe C^∞ , formule de Leibniz, dérivées successives des fonctions usuelles.
 - Si f est de classe C^n sur I et telle que $f'(x) \neq 0$ sur I alors f induit une bijection de I sur $f(I)$ et f^{-1} est de classe C^n sur $f(I)$.
 - Théorèmes sur les fonctions dérivables:
 - ★ Si f dérivable en a avec $f(a)$ extremum local alors $f'(a) = 0$.
 - ★ Théorème de Rolle
 - ★ Théorème des accroissement finis, application: Inégalités des AF, application: Si f est de classe C^1 sur $[a,b]$ alors f est lipschitzienne sur $[a, b]$.
 - ★ Théorème de la limite de la dérivée .
 - Fonctions convexes, lemme des trois pentes, caractérisation de la convexité pour une fonction dérivable, deux fois dérivables, inégalités classiques :
 $\forall x > -1, \ln(1+x) \leq x$ $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x+1$ $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \frac{2}{\pi}x \leq \sin x \leq x$
 - Brève extension aux fonctions à valeurs complexes, utilisation dans les calcul de dérivées nièmes.
 - Application à l'étude de suites récurrente.
-

Déroulement de la colle:

① Question de cours

- Enoncé de la formule de Leibniz et application sur un exemple.
- Enoncé et démonstration du théorème de Rolle à illustrer graphiquement
- Enoncé et démonstration du théorème des accroissement finis
- Donner les trois inégalités de convexité à connaître et savoir le justifier

② Exercice au choix du colleur dont étude de suites récurrentes

Nous n'avons pas encore vu les relations de comparaison pour les fonctions.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10