

Exercices - Chapitre 13: Systèmes linéaires

13.1 Résoudre les systèmes suivants dans $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x - 3y + z = 4 \\ x - 3y - 4z = 5 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ -x - 3y + 5z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ x - 2y + 4z = 1 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 2 \\ -x - y + z = -1 \end{cases} \end{array}$$

13.2 Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ x + 4z = 3 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x - y + z + 3t = -1 \\ 2y - 3z + t = 0 \\ x + 2z - t = 2 \end{cases} \end{array}$$

13.3 Résoudre les systèmes suivants où λ est un réel quelconque fixé

$$\begin{array}{ll} (\text{S}_1): \begin{cases} 2x + \lambda y - z = 5 \\ (\lambda - 5)x + 3y + 7z = 7 \\ x + 3y + 2z = 4 \end{cases} & (\text{S}_2): \begin{cases} x - y + z - t = 1 \\ y - 2z + 3t = 2 \\ 4y - 8z + 5t = 1 \\ 3y - 6z + 2t = \lambda \end{cases} \end{array}$$

13.4 Résoudre dans $\mathbb{C}^3$ les systèmes suivants, où $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et a, b, c et m sont des complexes quelconques fixés.

$$\begin{array}{ll} (\text{S}_1): \begin{cases} x + y + z = a \\ x + j^2 y + jz = b \\ x + jy + j^2 z = c \end{cases} & (\text{S}_2): \begin{cases} x - my + m^2 z = 2m \\ mx - m^2 y + mz = 2m \\ mx + y - m^2 z = 1 - m \end{cases} \end{array}$$

13.5 Résoudre les systèmes suivants dans $\mathbb{C}^n$:

$$\begin{array}{ll} (\text{S}_4): \begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 - x_3 = a_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} - x_n = a_{n-1} \\ x_n = a_n \end{cases} ; \text{ où } a_i \in \mathbb{C}, 1 \leq i \leq n & (\text{S}_5): \begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1 \\ x_1 + 2x_2 + \dots + 2x_n = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 3x_n = 1 \\ \vdots \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + nx_n = 1 \end{cases} \end{array}$$

